# ADALÉKOK EGYES REPÜLŐTECHNIKAI BERENDEZÉSEK STOCHASZTIKUS FOLYAMATAINAK SZABÁLYOZÁSÁHOZ ÉS ELŐREJELZÉSÉHEZ

FAZEKAS Ferenc, ÉDER István*

Budapesti Műszaki Egyetem, Közlekedésmérnöki Kar, Matematika Tanszék

I.

## Bevezetés

Napjainkban a korszerű számítógépek elterjedésének eredményeként a repülőtechnikai fedélzeti berendezések nagyfokú automatizálása megy végbe, mely megteremti a reális lehetőségeit az objektív ellenőrző és prognosztizálási feladatokat is ellátó berendezések létrehozásának.

A műszaki prognosztika az üzemeltetett berendezéseknek az üzemeltetés elkövetkezendő időszakára várható állapotának előrejelzése, az üzemeltetés korábbi időszakainak statisztikai és a műszaki állapot ellenőrzési eredményeinek alapján. A meghibásodások prognosztizálásának gyakorlati jelentősége abban van, hogy lehetővé teszi a javítási profilaktikus munkák időbeni optimális végrehajtását és azon berendezések időben történő cseréjét, melyek meghibásodása várható a prognosztikai adatok alapján.

A prognosztizálási feladat megoldása matematikai alapokon nyugszik.**

## A fedélzeti berendezések műszaki állapota prognosztizálásának vizsgálata

A repülőtechnikai berendezések közül csak néhány jellemezhető egy vagy két egymástól független paraméterrel, a berendezések túlnyomó többségének műszaki állapotát egymástól függő több paraméterrel lehet csak meghatározni.

E témában végzett kutatásaim és a szakirodalomban publikált adatok azt bizonyítják, hogy e paraméterek változása az üzembentartás folyamán lassan és ugrásszerűen változó összetevőket tartalmaz, melyek a kopás és öregedés, valamint az elhasználódás következtében változnak az időben és a berendezések tulajdonságainak visszafordíthatatlan változását idézik elő. A paraméterek vándorlása nemstacionáris stochasztikus folyamat, mely jellemzője a nagy korrelációs idő, ami egyik vagy másik elem, vagy magának az egész berendezésnek az üzemidejét is túllépheti. E problémák miatt, a berendezések túlnyomó több-

* Honvédelmi Minisztérium

** L. erről bővebben [1, 16, 17] munkáinkat.

ségének műszaki állapota, több egymástól függő paraméterrel jellemezhető, továbbá mérési hibákkal zajokkal is számolnunk kell.

Ilyen esetekben — irodalmi adatokra hivatkozva [2, 9] — a prognosztizálási feladat megoldása szempontjából a paramétereket célszerű a következő értékekkel jellemezni: $\xi_{io}$ kezdeti érték, $\xi_{i1}$ változási sebesség, $2\xi_{i2}$ változás gyorsulása, stb., melyet az alábbi polinommal írhatunk le:

$$\xi_i(t) = \sum_{k=0}^{K} \xi_{ik}\varphi_k(t) = \sum_{k=0}^{K} \xi_{ik}t^k . \tag{1}$$

$$(\xi_i(0) = \xi_{io}; \ \dot{\xi}_i(0) = \xi_{i1}; \ \ddot{\xi}_i(0) = 2\,\xi_{i2}, \text{stb.})$$

A mérési gyakorlatban és szakirodalom szerint, elegendő a $K = 2$ esetre szorítkozni (másodfokú polinomra).

A harmadfokú tag elemzése, értékelése azt mutatja, hogy az elhanyagolható. Például, reszisztorok, kondenzátorok, tranzisztorok esetében azt találták, hogy:

$$10^{-3}\xi_{i2}t^2 \leq \xi_{i3}t^3 \leq 10^{-2}\xi_{i2}t^2, \tag{2}$$

ami már indokolttá teszi a harmadfokú tag elhanyagolhatóságát.

## Az előrejelzés matematikai modellje

A $\xi$ paraméter és a $t$ üzemidő valóságos összefüggését a következő hű matematikai modellel írjuk le:

$$\xi(t) = \xi_0 + \xi_1 t + \xi_2 t^2. \tag{3}$$

Kis időintervallumra történő prognosztizálásra vonatkozóan pedig:

$$\xi(t) = \xi_0 + \xi_1 t. \tag{4}$$

A $\xi(t)$ stochasztikus folyamat teljes leírásához természetesen hozzátartozik $\xi_i$ együtthatóinak valószínűségi eloszlása is. A paraméterek ugrásszerű változását törések, rövidzárlatok, szakadások idézik elő, melyek az esetek többségében a berendezések üzemképtelenné válásához vezetnek, és leírásuk csak a stochasztikus folyamatok törvényszerűségével lehetséges.

E folyamatok napjainkban még kellően nem tanulmányozottak, ezért a prognosztizálási feladat megoldásában teljesen és pontosan tükrözni azokat nem lehet. Ezért erre a speciális esetre a prognosztizálási feladat megoldásában a $\xi(t)$ folyamatot valamely ismert elméleti valószínűségi eloszlásúnak (pl. a $t$ üzemidő $n = 0$ hibával exponenciális, $n$ hibával *Poisson*-eloszlásúnak) tételezzük fel. Pl.: „ugrásmentes" $t$ idő, $\exp(-\lambda t)$ valószínűségű $(\xi_0 + \xi_1 t + \xi_2 t^2)$ értékkel és $[1-\exp(-\lambda t)]$ valószínűségű ugrásos $t$ idő után, az alábbi értékkel:

$$\xi(t) = \exp(-\lambda t)(\xi_0 + \xi_1 t + \xi_2 t^2) + [1 + \exp(-\lambda t)]A,$$

ahol, A — a paraméter mért értéke az ugrás után.

A paraméter megfigyelt (mért) értékei: $\zeta(t)$ és valóságos (itt kvadratikus polinommal hűen modellezett) értékei $\xi(t)$ eltérést (mérési és modellezési hibát) mutatnak: $\nu(t)$, azaz

$$\zeta(t) = \xi(t) + \nu(t), \tag{5}$$

amit kimenő, vagy megfigyelési egyenletnek is neveznek, vagy a fentebbi (kvadratikus) $\xi(t)$-vel konkretizált és a $t_i \in T$, $i \in \{1, 2, \ldots, n\} = N$ időpontsorú képzett alakja:

$$\zeta(t) = \xi_0 + \xi_1 t + \xi_2 t^2 + \nu(t). \tag{6}$$

Feltételezzük, hogy a különböző $t_i$ időponti $\nu(t_i) = \nu_i$ véletlen mérési hibák $m = 0$ közös értékű és közös $\nu_N = D_N^2$ varianciájú (szórásnégyzetű) normális eloszlást mutatnak:

$$f_N(i) = \frac{1}{D_N\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\nu_i^2}{2D_N^2}\right) \qquad (\forall i \in N) \tag{7}$$

A $\xi(t)$ előrejelzési középértékét a posteriori várható középértéke határozza meg (a $\xi_i$ együtthatók $m_i^*$ a posteriori várható értékei lineáris kombinációjaként):

$$m^*(t + \tau) = m_0^* + m_1^*(t + \tau) + m_2^*(t + \tau)^2 \tag{8}$$

[*: optimális a minimális hibanégyzet szempontjából].

A $\xi(t)$ előrejelzés pontosságát pedig az a posteriori variancia:

$$D^{*2}(t + \tau) = D_0^{*2} + D_1^{*2}(t + \tau)^2 + D_2^{*2}(t + \tau)^4 +$$
$$+ 2\,K_{12}^*(t + \tau) + 2\,K_{13}^*(t + \tau)^2 + 2K_{24}^*(t + \tau)^3,$$

ahol, $\nu_i^* = D_i^{*2}$ — a $\xi_i$ együtthatók a posteriori varianciája, $K_{ij}^*$ pedig kovarianciái $\forall\ i, j, \in N$.

Látható, hogy $\xi(t)$ paraméterek előrejelzéséhez a $\xi_i$ együtthatók mért adatokból kiinduló kiszámítási algoritmusára van szükség, ami a feladat további vizsgálatát teszi szükségessé.

## II.

## Stochasztikus feladatok

Amint cikkünk I. részében kiemeltük, napjaink aerotechnikája számos önműködő mérő és ellenőrző rendszert alkalmaz, azok adatait számítógépi úton dolgozza fel, majd arra támaszkodva szabályozza a különféle fedélzeti berendezések többnyire stochasztikus paramétereinek jelenlegi értékét, vagy előrejelzi azoknak a jövőben várható alakulását stb. Mindez a stochasztikus rendszerek és folyamatok változatos matematikai feladatait és módszereit veti fel, ill. veszi igénybe. Azokból itt csak egy kis ízelítőt adhatunk, mégpedig e célra a stochasztikus függvény mintamatrixának speciális előállítási, valamint előrejelzési algoritmusát ragadva ki a szerző újabb vizsgálataiból [16, 17].

## Ortogonáló—Trianguláló Algoritmus (OTA)

**1.** Rendeltetése az adott $\xi(t)$ stochasztikus folyamat $X = {}_1\{x_i(t)\}_n$ ténygörbéiből a $\underset{\cdot}{T} = {}_1\{t_j\}_m$ időpont-sorozaton ($n \geqq m$-nél) vett

$$\underset{(nxm)}{\tilde{\mathbf{X}}_0}(\underset{\cdot}{T}) \equiv [\tilde{x}_i(t_j)] \equiv [\underset{(n)}{\tilde{\boldsymbol{x}}(t_j)}] \equiv [\underset{(m)}{\tilde{\boldsymbol{x}}^i(\underset{\cdot}{T})}]; \tag{0a}$$

mintamatrixnak, pontosabban (az $e^* = [1. 1. \dots, 1]_n$, $e^*e = n$ felhasználása útján) az

$$\tilde{\boldsymbol{m}}^*(\underset{\cdot}{T}) \equiv [\tilde{m}(t_j)] = \frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n} 1.\tilde{\ }_i(t_j)\right] \equiv \frac{1}{n} e^*\tilde{\mathbf{X}}_0(\underset{\cdot}{T}); \tag{0b}$$

empirikus középvektorral belőle képzett

$$\mathbf{X}_0(\underset{\cdot}{T}) \equiv [x_i(t_j)] \equiv [\boldsymbol{x}(t_j)] = [\tilde{\boldsymbol{x}}(t_j) - \tilde{m}(t_j)e] \equiv [\tilde{x}_i(t_j) - \tilde{m}(t_j)] \equiv$$
$$\equiv \tilde{\mathbf{X}}_0(\underset{\cdot}{T}) - e\,\tilde{\boldsymbol{m}}^*(\underset{\cdot}{T}) \tag{0c}$$

*eltérési mintamatrixnak*, mint rajtmatrixnak ($OTA_0$) *lineáris transzformációja* (a $\underset{\cdot}{T}$-*on* pontosan):

$$\underline{\mathbf{X}_0(\underset{\cdot}{T})} = \sum_{i=1}^{n} e_i \boldsymbol{x}^i(\underset{\cdot}{T}) = \sum_{j=1}^{m} \boldsymbol{x}_j \boldsymbol{y}^j(\underset{\cdot}{T}) \equiv \underline{\underset{(nxm)}{\mathbf{X}}\ \underset{(nxm)}{\mathbf{Y}}}\ (\underset{\cdot}{T}) = ? \tag{1a}$$

mégpedig az alábbi *különleges sajátságok* elvárásával:

$$\alpha)\ y_j(t_h) = 0 \text{ for } \forall t_h < t_j, \text{ so } \mathbf{Y}(\underset{\cdot}{T}) \equiv \mathbf{Y}_{\urcorner}(\underset{\cdot}{T}) \text{ (felső háromszög)},$$
$$(\nu = n - 1)$$

$$\beta)\ \mathbf{C} \equiv \frac{1}{\nu}\mathbf{X}^*\mathbf{X} \equiv \frac{1}{\nu}[\boldsymbol{x}_i^*\boldsymbol{x}_j] = \frac{1}{\nu}\langle \boldsymbol{x}_j^*\boldsymbol{x}_j\rangle \equiv \mathbf{V}, \text{ so } \mathbf{X} \equiv \mathbf{X}_{\perp} \text{ (ortogonalitás)}. \tag{1b,c}$$

E problémát — egyes szerzők [11, 9] erősen eltérő jellegű vizsgálatai alapján — elsőnek fogalmaztuk és oldottuk meg matrixfeladatként, ill. matrixalgoritmussal.

**2.** Most pedig *szerkesszük meg* a kívánt sajátságú (vagyis éppen az 5. cikkben ígért) OTA *matrixalgoritmust*, mely tehát ($m$ lépésben) a rajtmatrix (1a—c) lineáris transzformáltját szolgáltatja! Lássuk az $\mathrm{OTA} = \widehat{\mathrm{OTA}_m}$ algoritmus egymást követő OTA$j$ *lépéseit*, felhasználva itt az [11] egyes skalár részeredményeit.

$$\underline{\mathrm{OTA}_1|}\quad x(t_1) = x_1 \subset \mathbf{X},\ m(t_1) = m_1 = \mathbf{0},\ V(t_1) = V_1 \equiv D_1^2 = x_1^* x_1/\nu;$$

$$\gamma^1(T) \equiv x_1^* \mathbf{X}_0(T)/D_1^2\nu \equiv x_1^* \mathbf{X}_0(T) = [1, y_1(t_2), \ldots, y_1(t_m)] \equiv y^1(T) \subset \mathbf{Y}_\triangleleft(T); \quad (2a)$$

$$\underset{\sim}{\mathbf{X}_1(T)} \equiv [x^{(1)}(t_j)] = \underset{\sim}{\mathbf{X}_0(T - x_1 y^1(T)} \equiv [0, x(t_2) - x_1 y_1(t_2), \ldots, x(t_m) - x_1 y_1(t_m)].$$

$$\underline{\mathrm{OTA}_2|}\quad x^{(1)}(t_2) \equiv x(t_2) - x_1 y_1(t_2) = x_2 \subset \mathbf{X},\ m_2 = \mathbf{0}.$$

$$V(t_2) - V_1 y_1^2(t_2) = V_2 \equiv D_2^2 = x_2^* x_2/\nu;$$

$$c_{12} \equiv x_1^* x_2/\nu = 0, \text{ so } x_1 \perp x_2;\ x_2^* \mathbf{X}_1(T) = [0, 1, y_2(t_3), \ldots y_2(t_m)] \equiv y^2(T) \subset \mathbf{Y}_\triangleleft(T); \quad (2b)$$

$$\underset{\sim}{\mathbf{X}_2(T)} \equiv [x^{(2)}(t_j)] = \underset{\sim}{\mathbf{X}_1(T) - x_2 y^2(T)} \equiv$$

$$\equiv [0,\ 0,\ x^{(1)}(t_3) - x_2 y_2(t_3), \ldots, x^{(1)}(t_m) - x_2 y_2(t_m)].$$

$$\underline{\mathrm{OTA}_m|}\quad x^{(m-1)}(t_m) = x_m \subset \mathbf{X}, m_m = \mathbf{0},\ V_m \equiv D_m^2 = x_m^* x_m/\nu =$$

$$= V(t_m) - \sum_{j=1}^{m-1} V_j y_j^2(t_m);\ c_{jm} \equiv x_j^* x_m/\nu = 0, \quad \text{so} \quad \forall x_j \perp x_m (j < m);$$

$$\mathring{x}_m^* \mathring{\mathbf{X}}_{m-1}(T) = e^m \equiv y^m(T) \subset \mathbf{Y}_\triangleleft(T);\ \underset{\sim}{\mathbf{X}_m(T)} \equiv [x^{(m)}(t_j)] = \underset{\sim}{\mathbf{X}_{m-1}(T) - x_m y^m(T)} \equiv$$

$$\equiv [\mathbf{0},\ \mathbf{0}, \ldots \mathbf{0}] \equiv \underset{\sim}{\mathbf{0}}. \quad (2c)$$

3. Ezeket az OTA$_j$ *lépésformulákat* ($j = 1, 2, \ldots, m$) utólag egyetlen $\widehat{\mathrm{OTA}_m}$ *ugrásformulába* lehet egyesíteni, nevezetesen

$$[\mathbf{X}_m(T) \equiv]\ \mathbf{X}_0(T) - x_1 y^1(T) - x_2 y^2(T) - \ldots - x_m y^m(T) = \mathbf{0}, \quad (3a)$$

mely — lépésegyesítő ugrásként — már az $\mathbf{X}_0(T)$ kívánt *lineáris transzformáltját* eredményezi:

$$\underset{\sim}{\mathbf{X}_0(T)} = \sum_{j=1}^{m} x_j y^j(T) \equiv [x_j][y^j(T)] \equiv \underset{\sim}{\mathbf{X}_\perp \mathbf{Y}_\triangleleft(T)}, \quad (3b)$$

éppen az $\mathbf{X}_\perp$ (statisztikai) bázis *ortogonalitásával*, az $\mathbf{Y}_\triangleleft(T)$ koordináta-matrix-függvény (felső) *triangularitásával* (sőt $\forall y_j(t_j) = 1$ normalitásával). Az eredménynek szemléletes interpretáció adható, stochasztikus függvénytani és folyamattani értelemben egyaránt [16].

A fentebbiekkel összhangban, az $\widehat{\mathrm{OTA}_m}$ algoritmus végrehajtása a tőlünk származó [16] alábbi *rekurzív lépésformula* (OTA$_j$) ismételt alkalmazásával eszközölhető (több alakban), közben lépésindexének egymás után 1, 2, ..., $m$ értéket adva:

$$\underset{\sim\sim\sim}{\mathbf{X}_j(T) = \mathbf{X}_{j-1}(T) - \boldsymbol{x}_j \boldsymbol{y}^j(T) \equiv \mathbf{X}_{j-1}(T) - \boldsymbol{x}_j \cdot \boldsymbol{x}_j^* \mathbf{X}_{j-1}(T) / \boldsymbol{x}_j^* \boldsymbol{x}_j \nu} \equiv$$

$$\equiv \left(\mathbf{E} - \frac{x_j x_j^*}{\nu\, x_j^* x_j}\right) \mathbf{X}_{j-1}(T) \qquad (j = 1, 2, \ldots, m;$$

$$\boldsymbol{x}_j \equiv \boldsymbol{x}^{(j-1)}(t_j) \subset \mathbf{X}_{j-1}(T); \quad \nu D_j^2 = \boldsymbol{x}_j^* \boldsymbol{x}_j > 0).$$

A gyakorlati számításban, az $\mathbf{X}_j(T)$ lépésmatrixokból rendre *elhagyható* egy-egy újabb *0 zérusvektor* s így kialakítható az $\widehat{\mathrm{OTA}_m}$ algoritmus ún. *oszlop-fogyatkozó* alakja. — Több további részlet és számpélda található a szerző [16] munkájában.

## Előrejelző Algoritmus (EA)

**1.** Az $\mathbf{X}_0(T)$ mintamatrixnak a (4) szerinti $\widehat{\mathrm{OTA}_m}$ algoritmus útján nyert (3b) *lineáris transzformáltja* — a ($\varrho = m - \mu > 0$ jelöléssel) könnyen felírható

$$\underset{(n\times m)}{\mathbf{X}_0(T)} = \underset{(n\times m)}{\mathbf{X}_{\perp}}\, \underset{(m\times m)}{\mathbf{Y}_{\urcorner}(T)} \equiv \underset{(n\times\mu)}{\mathbf{X}_I}\, \underset{(\mu\times m)}{\mathbf{Y}^I(T)} + \underset{(n\times\varrho)}{\mathbf{X}_{II}}\, \underset{(\varrho\times m)}{\mathbf{Y}^{II}(T_{II})} \tag{5}$$

$$(T = T_I \cup T_{II} = \{t_1, \ldots, t_\mu\} \cup \{t_{\mu+1}, \ldots, t_m\})$$

*részletesebb alakjában* — előnyösen alkalmazható az

$$\underset{(n\times m)}{\widehat{\mathbf{X}}_0(T)} = \underset{(n)}{e}\, \underset{(\mu)}{\widetilde{\boldsymbol{x}}^*(T_I)}\, \underset{(\mu\times\mu)}{\mathbf{A}} \cdot [\underset{(\mu\times\mu)}{\mathbf{Y}_{\urcorner}^I(T_I)}, \underset{(\mu\times\varrho)}{\mathbf{Y}^I(T_{II})}] + \mathbf{X}_{II}\mathbf{Y}^{II}(T_{II}), \tag{6a}$$

$$\mathbf{A} = ?, \quad |\mathbf{Y}_{\urcorner}^I(T_I)| = 1$$

*lineáris extrapolált matrix* előállítására; az elegáns matrixfeladat és megoldása kialakításánál figyelembe vettük egyes szerzők [9, 13] elég bonyodalmas skalár vizsgálatait. Az ismeretlen $\mathbf{A}$ *együttható matrix* egy kiválasztott $\boldsymbol{x}^*(T)$ realizáció $\boldsymbol{x}^*(T_I)$ eleje mint előírt *kezdeti trendvektor* alapján határozható meg:

$$\underset{(\mu)}{\widehat{\boldsymbol{m}}^*(T_I)} \equiv \frac{1}{n} e^* \mathbf{X}_0(T_I) \equiv 1 \cdot \widehat{\boldsymbol{x}}^*(T_I)\, \mathbf{A}\, \mathbf{Y}_{\urcorner}^I(T_I) = \widetilde{\boldsymbol{x}}^*(T_I),$$

$$\mathbf{A} = \overset{-1}{\mathbf{Y}_{\urcorner}^I}(T_I). \tag{6b}$$

Az $\mathbf{Y}_{\urcorner}^I(T_I)$ felső háromszög-matrix *invertálására* megszerkesztettük sokoldalú *Dinamikus Transzformációs Algoritmusunk* (DTA) [14] egy speciális (egyszerűsített, fogyatkozó) változatát [17].

**2.** Az $\mathbf{A}$ matrix (6b) szerinti értékének birtokában megadhatjuk az *Előrejelző Algoritmus* (*EA*) v é g f o r m u l á i t , nevezetesen a) a (3b) *lineáris extrapolált matrixát* [most már — a (6a)-ból a (6b) behelyettesítésével nyert —

végleges alakban], e *matrixnak* (a $\underset{\cdot}{T}_{II}$ utóidőre vonatkozó, tehát) ***előrejelző részét***, végül c) a *trendvektornak* (szintén $\underset{\cdot}{T}_{II}$ vonatkozású) ***előrejelző részét:***

$$\underset{(nxm)}{\widehat{\mathbf{X}}_0(\underset{\cdot}{T})} = e\widetilde{x}^*(\underset{\cdot}{T}_I)\mathbf{Y}_{\triangleleft}^{\overset{-1}{I}}(\underset{\cdot}{T}_I)\underset{(\mu x m)}{\mathbf{Y}^I(\underset{\cdot}{T})} + \mathbf{X}_{II}\mathbf{Y}^{II}(\underset{\cdot}{T}_{II}) \tag{7a}$$

$$\widehat{\mathbf{X}}_0(\underset{\cdot}{T}_{II}) = e\widetilde{x}^*(\underset{\cdot}{T}_I)\mathbf{Y}_{\triangleleft}^{\overset{-1}{I}}(\underset{\cdot}{T}_I)\underset{(\mu x \varrho)}{\mathbf{Y}^I(\underset{\cdot}{T}_{II})} + \mathbf{X}_{II}\underset{(\varrho\varrho\varrho)}{\mathbf{Y}_{\triangleleft}^{II}(\underset{\cdot}{T}_{II})} \neq \mathbf{X}_0(\underset{\cdot}{T}_{II}), \tag{7b}$$

$$\underset{(\varrho)}{\widehat{m}^*(\underset{\cdot}{T}_{II})} = \frac{1}{n} e^*\widehat{\mathbf{X}}_0(\underset{\cdot}{T}_{II}) \equiv 1 \cdot \widetilde{x}^*(\underset{\cdot}{T}_I)\mathbf{Y}_{\triangleleft}^{\overset{-1}{I}}(\underset{\cdot}{T}_I)\mathbf{Y}^I(\underset{\cdot}{T}_{II}) + 0^* \neq \underset{(\varrho)}{\widetilde{x}^*(\underset{\cdot}{T}_{II})}, \tag{7c}$$

ahol a $\neq$ oldalak *eltérése* az előrejelzés *pontosságát* jellemzi. Algoritmusunk és végformuláink *egyszerűsége* — az irodalomban található körülményeskedések helyett — valóban szembetűnő. Ugyanezt a [17] munkában közölt numerikusgépi számpéldánk is alátámasztja.

**3.** Végül említést érdemel, hogy a [17—18] munkákban összefoglaltuk néhány, korábban közölt s *az itteniekkel érintkező matrixalgoritmusunkat.* Ezek a következők: Trianguláló Determináns-Algoritmus (TDA), Ortogonáló Matrix-Algoritmus (OMA), Háromszögmatrixot Invertáló Algoritmus (HIA). Mind ezek, mind pedig a segítségükkel kifejlesztett fentiek (OTA, EA) újabban — előnyös tapasztalatokkal — az *aerotechnikai kutatásban is alkalmazásra kerülnek*, mint ezt — e rövid cikken túlmenőleg — szerzőpárosunk hosszabb lélegzetű cikksorozata is [2, 17, 18] szemlélteti.

## Irodalom


1. Éder, I.: Die Richtprinzipien der Vorhersage der Parameter der Bordsysteme. — BAM/82, Univ. Polytechn. Budapest.
2. Evlanov, L.: Kontroll dinamicseszkih szisztem. — Nauka, Moszkva, 1979.
3. Fazekas, F.: Systems et processus alèatoires traites par l'analyse stochastiqe. — Cours de note à l'Univ. Paris, 1976, 78, BAM8—9/76, 78, Univ. Polytechn., Budapest.
4. Fazekas, F.: Examinations des processus de Markov par l'analyse matricielle etc. — En hongrois, KAMM-Bulletins 75, Univ. Polytechn. Budapest.
5. Fazekas, F.: Die Analyse und Prognose der stochastischen Parameter der flugzeugtechnischen Bordsysteme, — Bulletins for Applied Mathematics, Univ. Polytechn. Budapest, 1982.
6. Fazekas, F.: Matrix analysis on processes of stochastic control systems. — ZAMM 57 321 (1977)
7. Kaszatkin, A.: Racionalnij vibor haraktyerisztik apparaturi kontrolja. — Energija, Moszkva, 1972.
8. Klingman, E.: Microprocessor system design. — Prentice Hall INC. Englewood Cliffs., New Jersey, 1979.
9. Kudrickij, V.: Avtomatizacija kontrolja REA. — Szov. rydio, Moszkva, 1977.
10. Peták, Gy.: A repülőtechnika üzembentartása. — MN REF., Budapest, 1980.
11. Pugacsov, V.: Tyeorija szlucsajnih funkcij. — Fizmatiizd., Moszkva, 1962.
12. Redkozubov, S.: Sztatiszticseszkije metodi prognozirovanyija v ASZU. — Energoizdat, Moszkva, 1981.
13. Kolmogorov, A. N.: Inter- and extrapolation of stationary random sequences (in Russian), Izd. AN. SSSR, Ser. Math 5 (1941) No. 1.

14. Fazekas, F.: Recent matrix algorithmic methods (MAM) in linear and nonlinear algebras (with comparisons). — Bull. f. Appl. Math. *24—27* 1 (1978).
15. Fazekas F.: Contributions to matrix analysis for controls and prognostics of stochastic systems. — Budapest, GAMM-Tagung Apr. 1982; in press at BAM.
16. Fazekas, F.: Independing/Orthogonalizing-Triangularizing Algorithm (I/OTA) for a random sample vector/matrix function (Part I/M). — PAMM's 3th Border Meeting, Košice (VŠT) — Miskolc (NME), Jan. 1982. Part II of Lectures (BAM 126/82, XXIV. p. 43—68).
17. Fazekas, F.: Forecasting Algorithm (FA) for an orthogonal-triangularly transformed sample matrix function and related matrix algorithms (Part II/M). — PAMM's 4th Border Meeting, Sept. 1982, Budva—Dubrovnik, Lectures (BAM 144/82, XXV, p. 111—128).
18. Fazekas, F.: Polynomial transform and Bayesian forecasting of the sample matrix/vector function (Part III/M). — PAMM's XXVth Country Meeting, B.füred, Oct. 1982; prep. for BAM.
19. Fazekas, F.: Matrix analysis of determined & random function systems and integral equations in the Hilbert spaces. — PAMM's Coll. f. Funct. Anal. & appl. (CFA), B.füred, Oct. 1982, in prep. for BAM.

Dr. Fazekas Ferenc egy. docens
Éder István mérnökőrnagy