MEREVÍTETT HENGERES HÉJSZERKEZETŰ JÁRMŰVÁZ IGÉNYBEVÉTELEINEK VIZSGÁLATA KINEMATIKAI TEHER ESETÉN

Szabó Zoltán, Michelberger Pál

Budapesti Műszaki Egyetem, Közlekedésmérnöki Kar
Mechanika Tanszék

Bevezetés

A helikopterek faroktartója általában karcsú, enyhén kúpos könnyűszerkezet, amely sok, viszonylag kis keresztmetszetű hosszmerevítőből, keresztirányú merevítő keretekből és az ezekhez többnyire szegecsköréssel kapcsolódó borítólemezből épül fel. Ezt a repülőgép-szerkezetek szilárdsági kérdéseivel foglalkozó szakirodalom merevített héjszerkezetnek nevezi.

A faroktartó a törzshöz rögzítőkarimák közvetítésével, csavarkötéssel kapcsolódik.

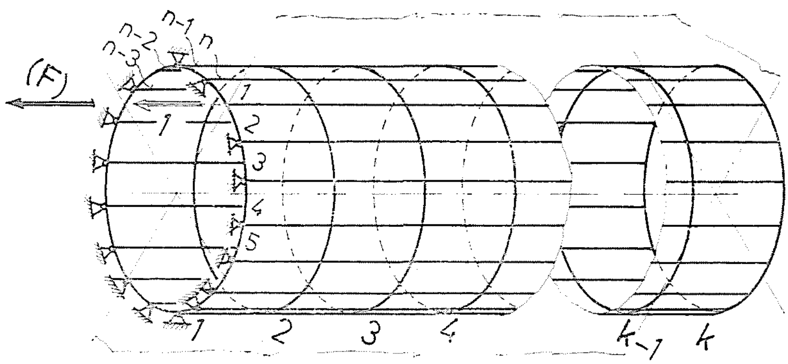
Az elkerülhetetlen gyártási pontatlanságok következtében a rögzítő karimák felülete nem tökéletesen sík, a felületek között kisebb-nagyobb hézagok adódnak. A rögzítőcsavarok meghúzása ezért helyi deformációkat kényszerít a szerkezet egyes elemeire. Ezt a kényszerített deformációt röviden „kinematikai teher"-nek nevezzük.

Vizsgálataink célja a merevített héjszerkezet elemeiben a kinematikai teher által okozott igénybevételek, illetve feszültségek meghatározása.

A szerkezet mechanikai modelljét az alábbiak figyelembevételével építettük fel:

— A héjat hengeresnek tekintjük,
— A faroktartó általunk vizsgált szakaszán nyílás, illetve helyi merevítés nincs,
— A keresztirányú merevítők egyenlő méretű zárt keretek, egymástól egyenlő távolságra helyezkednek el. Saját síkjukban ható terhelésre ideálisan merevnek, síkjukra merőleges terhelésre viszont ideálisan lágynak modellezhetők,
— A géptörzs és a faroktartó merevségét egyes géptípusoknál azonosnak tekinthetjük, másoknál feltételezhetjük, hogy a géptörzs a faroktartóhoz képest ideálisan merev,
— Az általánosság megszorítása nélkül feltételezhetjük, hogy a szerkezetnek páros számú, állandó keresztmetszetű hosszmerevítője van. Ezek a kerület mentén egyenletes osztásban helyezkednek el, és csak normálerők felvételére alkalmasak,
— A borítólemez falvastagsága a héj másik két méretéhez viszonyítva kicsi, így az csak membrán-erőket vesz fel. (A számítás egyszerűsítése érdekében a normálerőket a hosszmerevítőkre koncentráljuk.)

— Feltételezhetjük, hogy a kinematikai teher nem okoz a szerkezetben maradó alakváltozásokat és lemezhullámosodást, azaz korlátlanul használható a szuperpozíció elve.
— Az elemek egymáshoz csuklóval kapcsolódnak. A mechanikai modell az 1. ábrán látható.



1. ábra

A hosszmerevítőknek az összeerősítő karimához (1. sz. keret) kapcsolódó végpontját külső kényszer (helytálló csukló) rögzíti, az ellenkező vég szabad.

A számítási munkát jelentősen egyszerűsíti, ha a teljes szerkezet helyett annak csak egy meghatározott szakaszát vizsgáljuk.

Ha a teljes szerkezet helyett annak pl. csak a 4. sz. merevítő keretig terjedő szakaszát tekintjük, és az ide kapcsolódó hosszmerevítő-végpontokat szintén külső kényszerrel rögzítettnek vesszük, a modell merevebb, ha ezek a végpontok szabadok, lágyabb, mint a valóságos szerkezet.

Így egy adott kinematikai teherhez tartozó igénybevételek felső, illetve alsó korlátját határozhatjuk meg, rövidebb szerkezeten.

Egységnyi kinematikai teher hatása a hengeres héjra

A feladatot — mivel a szerkezet statikailag határozatlan — erőmódszerrel oldjuk meg.

Legyen a szerkezetnek n (páros) hosszmerevítője és k (egyelőre tetszőleges, de 3-nál több) keresztmerevítője.

Helyezzünk el egységnyi alkotó irányú aktív erőt az 1. számú hosszmerevítő végén, az 1. ábra szerint. (A többi hosszmerevítő végpontja rögzített.)

A héjszerkezetnek az 1. sz. hosszmerevítőre illeszkedő átmérősíkja a szerkezet és a terhelés közös szimmetriasíkja, ezért a külső és belső reakcióerőknek is szimmetriasíkja lesz.

A szerkezet határozatlansági fokszáma — a szimmetriát is figyelembe véve — az alábbi táblázat szerint alakul.

1. táblázat

	A jobb oldali vég szabad	A jobb oldali vég is rögzített
„Külső" hat.-lanság	$\frac{n}{2}-2$	$n-1$
„Belső" hat.-lanság	$(k-2)\left(\frac{n}{2}-1\right)$	
Összes hat.-lanság	$z=k\left(\frac{n}{2}-1\right)-\frac{n}{2}$	$z'=k\left(\frac{n}{2}-1\right)+1$

A statikailag „fölösleges" külső kényszereket és belső kapcsolatokat gondolatban eltávolítva kapjuk a szerkezet — statikailag határozott — törzstartóját. A törzstartóra helyezve valamennyi aktív terhelést, amelyek az eredeti szerkezetre hatottak (feladatunkban ez egyedül az 1.sz. hosszmerevítő bal oldali végére ható egységnyi erő), meghatározzuk a törzstartó elemeinek igénybevételi függvényeit, majd az aktív terheket eltávolítva a fölös kapcsolatok helyén egymás után azok jellegének megfelelő egységnyi egyensúlyi terheléspárokat felvéve az eljárást megismételjük.

A modell tulajdonságaiból következik, hogy a hosszmerevítők igénybevétele szakaszonként lineárisan változó normálerő, a lemezmezőké pedig állandó nyírófolyam.

A kompatibilitási egyenletrendszer [2] mátrix alakban:

$$\mathbf{D}x + d = 0,$$

ahol

x — a meghatározandó „fölös" kapcsolati erők oszlopvektora
$\mathbf{D}$ — az egységtényezők mátrixa
d — a terhelési tényezők oszlopvektora.

$\mathbf{D}$ és d elemeit az alábbiak szerint számíthatjuk:

$$\delta_{p,q} = \sum_{i=1}^{k-1}\left\{\sum_{j=1}^{n}\left|\int_{(l_{ij})} \frac{n_p(i,j)\cdot n_q(i,j)}{A_{i,j}\cdot E}\,ds + \int_{(A^*_{i,j})} \frac{t_p(i,j)\cdot t_q(i,j)}{v_{i,j}\cdot G}\,dA^*\right]\right\},$$

ahol

$A_{i,j}$ — az i-edik keretköz j-edik hosszmerevítője keresztmetszetének területe,
$l_{i,j}$ — ezen merevítő hossza
E — a merevítő anyagának rugalmassági modulusa,

$v_{i,j}$ — az i-edik keretköz j-edik lemezmezőjének vastagsága,
$A^*_{i,j}$ — ezen lemezmező felülete,
G — a lemez anyagának csúsztató rugalmassági modulusa,
$n_p(i, j)$ (illetve $t_p\ (i, j)$) az i-edik keretköz j-edik hosszmerevítőjének (lemezmezőjének) az a normálerő-függvénye (illetve nyírófolyama), amelyet a p-edik ismeretlen helyén működő egységerő okoz.
$p = 0, 1, 2, \ldots, z$ Ha $p = 0$, akkor a terhelési-, egyébként pedig az egy-
$q = 1, 2, 3, \ldots, z$ ségtényezőket kapjuk.

Az egyenletrendszer megoldása után a statikailag határozatlan szerkezet igénybevétel-függvényei:

$$\overset{(1)}{N}_{i,j} = \overset{(1)}{N}_{0(i,j)} + n^*_{i,j}x, \text{ ahol } n_{i,j} = \begin{bmatrix} n_{1(i,j)} \\ n_{2(i,j)} \\ \vdots \\ n_{q(i,j)} \\ \vdots \\ n_{z(i,j)} \end{bmatrix}$$

és

$$\overset{(1)}{t}_{i,j} = \overset{(1)}{t}_{0(i,j)} + t^*_{i,j}x, \text{ ahol } t_{i,j} = \begin{bmatrix} t_{1(i,j)} \\ t_{2(i,j)} \\ \vdots \\ t_{q(i,j)} \\ \vdots \\ t_{z(i,j)} \end{bmatrix}$$

Az 1. sz. hosszmerevítő végének alkotóirányú elmozdulása az egységnyi erő hatására:

$$\lambda = \sum_{i=1}^{k-1} \left\{ \sum_{j=1}^{n} \left[\int_{(l_{i,j})} \frac{\overset{(1)}{N}_{0(i,j)} \cdot \overset{(1)}{N}_{i,j}}{A_{i,j}E}\, ds + \int_{(A^*_{i,j})} \frac{\overset{(1)}{t}_{0(i,j)} \cdot \overset{(1)}{t}_{i,j}}{v_{i,j}G}\, dA^* \right] \right\}.$$

Ha az egységnyi erő λ elmozdulást okoz, akkor egységnyi elmozdulást $F = \dfrac{1}{\lambda}$ erő idéz elő.

Az F erő hatására a szerkezet elemeinek igénybevétele az egységnyi erőből számított érték F-szerese:

$$N_{i,j} = F \cdot \overset{(1)}{N}_{i,j}, \text{ illetve } t_{i,j} = F \cdot \overset{(1)}{t}_{i,j}.$$

Adott kinematikai teher hatásának számítása

Tegyük fel, hogy az 1. sz. kerettel kapcsolódó minden hosszmerevítő végpontjánál ismert a gyártási pontatlanságból adódó illesztési hézag.

Ha a rögzítő karimák környezetében a törzs és a faroktartó egyenlő merevségű, a keresett igénybevételeket úgy is meghatározhatjuk, hogy modellünket gondolatban egy merev sík falhoz szorítjuk, illesztési hézagként a tényleges szerelési résméretek felét véve figyelembe. (Végtelen merev törzsnél a teljes résmérettel számolunk.)

A hézagméretekből képezzük az

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

kinematikai teher vektort. (Ennek legalább három eleme zérus, mert a rögzítő karima legalább három ponton érintkezik a síkkal.)

Az első keretköz elemeinek az F erő okozta igénybevételeiből állítsuk össze az alábbi mátrixot:

$$\mathbf{L}^{(1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_N^{(1)} \\ \mathbf{L}_t^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{1,1} & N_{1,n} & N_{1,(n-1)} & \dots & N_{1,2} \\ N_{1,2} & N_{1,1} & N_{1,n} & \dots & N_{1,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ N_{1,n} & N_{1,(n-1)} & N_{1,(n-2)} & \dots & N_{1,1} \\ \hline t_{1,1} & t_{1,n} & t_{1,(n-1)} & \dots & t_{1,2} \\ t_{1,2} & t_{1,1} & t_{1,n} & \dots & t_{1,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_{1,n} & t_{1,(n-1)} & t_{1,(n-2)} & \dots & t_{1,1} \end{bmatrix}$$

Az első keretköz elemeinek az adott hézageloszlás mint kinematikai teher által okozott igénybevételei:

$$\begin{bmatrix} N^{(1)} \\ t^{(1)} \end{bmatrix} = \mathbf{L}^{(1)}\varepsilon = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_N^{(1)} \\ \mathbf{L}_t^{(1)} \end{bmatrix} \varepsilon = \begin{bmatrix} N_{1,1}\varepsilon_1 + N_{1,n}\varepsilon_2 + N_{1,(n-1)}\varepsilon_3 + \dots + N_{1,2}\varepsilon_n \\ N_{1,2}\varepsilon_1 + N_{1,1}\varepsilon_2 + N_{1,n}\varepsilon_3 + \dots + N_{1,3}\varepsilon_n \\ \vdots \\ N_{1,n}\varepsilon_1 + N_{1,(n-1)}\varepsilon_2 + N_{1,(n-2)}\varepsilon_3 + \dots + N_{1,1}\varepsilon_n \\ t_{1,1}\varepsilon_1 + t_{1,n}\varepsilon_2 + t_{1,(n-1)}\varepsilon_3 + \dots + t_{1,2}\varepsilon_n \\ t_{1,2}\varepsilon_1 + t_{1,1}\varepsilon_2 + t_{1,n}\varepsilon_3 + \dots + t_{1,3}\varepsilon_n \\ \vdots \\ t_{1,n}\varepsilon_1 + t_{1,(n-1)}\varepsilon_2 + t_{1,(n-2)}\varepsilon_3 + \dots + t_{1,1}\varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Az igénybevételek ilyen egyszerű felírását a szerkezet ciklikus szimmetriája teszi lehetővé.

A további (második, harmadik, ... (k—1)-edik) keretközbeli elemek igénybevételei hasonlóan kaphatók az $\mathbf{L}^{(2)}$, $\mathbf{L}^{(3)}$ ... $\mathbf{L}^{(k-1)}$ mátrixok és az ε oszlopvektor szorzataként.

Konkrét szerkezeten elvégzett számításaink és ellenőrző méréseink során azt tapasztaltuk, hogy a kinematikai teher hatása a szerkezet hossza mentén gyorsan csillapodik, a szerkezet üzemi teherből származó igénybevételeloszlását jelentékenyen „zavaró" többlet-igénybevétel csak az első keretköz elemeiben adódik.

A továbbiakban ezért csak az első keretköz elemeinek igénybevételeivel foglalkozunk.

Véletlen kinematikai teher hatása a szerkezet igénybevételeire

Tegyük fel, hogy a szerelési résméretek külön-külön normális eloszlású, páronként független valószínűségi változók.

A szimmetriából következik, hogy a hézagok várható értékét és szórását egymás között egyenlőnek tekinthetjük, ugyanis a szerkezetnek nincs kitüntetett szerelési helyzete. (Bármelyik hosszmerevítőt tekinthetjük az 1. számúnak.)

Mivel a résméret a gyártási technológia következtében korlátos, várható értékként a maximális hézag felét vehetjük figyelembe, a maximális hézagot viszont a szórás hatszorosával vehetjük egyenlőnek.

A résméret várható értéke minden hosszmerevítőnél:

$$\varepsilon_v = \frac{\varepsilon_{\max}}{2},$$

szórása pedig, ha n elegendően nagy:

$$\sigma_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{\max}}{6}$$

(A konkrét szerkezetek hosszmerevítőinek száma általában $n = 20$—40, ezért ez a feltevés megengedhető.)

A ciklikus szimmetria következtében a szerkezet minden elemének igénybevétele a résméretek lineáris kombinációjaként írható fel, ezért, ha a résméretek normális eloszlásúak, az igénybevétel is normális eloszlású lesz.

Bármely hosszmerevítő, illetve lemezmező igénybevételének várható értéke zérus (az egyöntetű ε_v merevtestszerű elmozdulás nem okoz igénybevételt), szórása pedig

$$\sigma_N = \sigma_\varepsilon \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^{n} (N_j)^2}, \text{ illetve } \sigma_t = \sigma_\varepsilon \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^{n} (t_j)^2}$$

alakban fejezhető ki.

A képletben $\sum_{j=1}^{n} (N_j)^2$, illetve $\sum_{j=1}^{n} (t_j)^2$ az első keretköz hosszmerevítőiben, illetve lemezmezőiben az F erőből számított igénybevételek négyzetösszegét jelentik.

Ha a maximális igénybevételt a szórás hatszorosával vesszük egyenlőnek (ez az összes esetek 99,7%-ára igaz), akkor

$$N_{\max} = 6 \cdot \sigma_N = \varepsilon_{\max} \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^{n} (N_j)^2} \quad \text{és}$$

$$t_{\max} = 6 \cdot \sigma_t = \varepsilon_{\max} \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^{n} (t_j)^2} \quad \text{adódik.}$$

A formulákban a gyök alatti mennyiség értéke a szerkezet konstrukciójától, $\varepsilon_{\max}$ pedig a gyártástechnológiától függ.

Összefoglalás

A gyártási pontatlanságból származó kinematikai teher a szokásos gyártási pontosság mellett az összeerősítő perem környezetében jelentős igénybevételeket okozhat, figyelembevétele tehát indokolt. Az igénybevételek többféle módon csökkenthetők:

— A technológia finomításával ($\varepsilon_{\max}$ csökkentése),

— Gondosabb szereléssel (a megfelelő darabok összeválogatásával, esetleg hézagolással).
Mindkét mód a gyártási költségek bizonyos növekedésével jár.

— A konstrukció megfelelő kialakításával:

— Lágyabb" szerkezet azonos kinematikai teherre kisebb igénybevételekkel „válaszol", azaz N_j, illetve t_j csökken, ugyanakkor azonban az üzemi teherből nagyobb feszültségek és elmozdulások adódnak, tehát kellő körültekintéssel kell eljárni,

— Az elemek méretezése során a kinematikai teher hatását is figyelembe véve, megfelelő szilárdsági tartalékot biztosíthatunk. Ez a szerkezet súlyának növekedésével jár.
Optimális megoldás az összes lehetőség mérlegelésével alakítható ki.

Irodalom

1. Petur, A.: Erőátvitel repülőgép héjszerkezetekbe. Mérn. Továbbképző Intézet, (1954)
2. Rudnai: Könnyűszerkezetek a jármű- és gépiparban T. K. (1976)
3. Fekete—Szabó: Hengeres merevített héjszerkezet gyártási pontatlanságból származó kinematikai terheinek vizsgálata III. Magyar Mech. Konferencia, Miskolc, (1979)

Szabó Zoltán egy. tanársegéd
Dr. Michelberger Pál tanszékvezető egy. tanár, az MTA levelező tagja