

A LÉPTÉKPARAMÉTER MINT A JÁRMŰVEK ÜZEMI TERHELÉSÉNEK EGYIK JELLEMZŐJE

GEDEON József

Budapesti Műszaki Egyetem, Közlekedésmérnöki Kar
Mechanika Tanszék

Bevezetés

Egyetemünk múltjára visszatekintve örömmel láthatjuk, hogy régi oktatói és hallgatói nevéhez számos új, jelentős tudományos eredmény kapcsolódik. A kutatás színvonalának legigényesebb bírálója az idő. A fontos eredmények nem csak pillanatnyi sikert hoznak; igazi értéküket sokszor évtizedek múltán lehet felmérni. Ilyen maradandó, sőt növekvő értékű meglátásnak bizonyult az áramlástan kutatásában a turbulencia léptéke fogalmának bevezetése. Ez jelentős részben Kármán professzor nevéhez fűződik és általánosabb matematikai szemléletét tudomásunk szerint Kovásznay professzor kezdeményezte, megnyitva ezzel az utat más, sokkal szélesebb körű alkalmazása előtt is.

Jelölések

f	frekvencia	1/s
n	hullámszám	1/m
t	idő	s
w	a légköri turbulencia sebességkomponense	m/s
x	útprofil magassági koordináta	m
C	állandó	
$G()$	(egyoldalas) teljesítmény-sűrűség spektrum	
L	lépték	m
$R()$	autokorreláció-függvény	
S	mérési úthossz	m
T	időlépték	s
V	a jármű haladási sebessége	m/s
α	kitevő	
α	határlengésszám tényező	
σ	szórás	
τ	időeltolás	s
ξ	a jármű haladási irányú koordináta	m
ξ	eltolási hossz	m
ω	körfrekvencia	rad/s
Δ	relatív hiba	
Ω	térbeli körfrekvencia	rad/m

Index:

- m mért, mérési
 w a turbulens sebességkomponensre vonatkozó
 x útegyenetlenségre vonatkozó
 0 elméleti, csonkítatlan spektrumból számított
 1 kisméretű levágással
 2 nagyméretű levágással

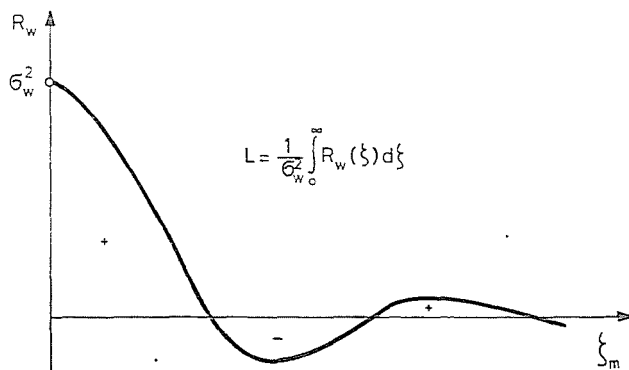
A léptékparaméter fogalma

Az áramlástanban turbulenciakutatás kezdeti éveiben a jelenségek magyarázatára és konkrét számításoknál elsősorban hasonlósági összefüggésekkel próbálkoztak. A hőtanban bevált fogalom mintájára Prandtl és Taylor [13] az arányossági összefüggések paraméterének a „Mischungsweg”-et, magyarul a keveredési úthosszat, választotta. Ezen fogalom eredeti tartalma és ezzel elnevezése is a későbbiekben némiképpen módosult. Ma már az áramlástanban turbulencia kétféle léptékéről beszélünk. Ezek egyikére, az úgynevezett integrál léptékre, Taylor [14] 1935-ben az

$$R_w(\zeta) = \lim_{S \rightarrow \infty} \frac{1}{S} \int_0^S w(\xi) w(\xi + \zeta) d\xi \quad (1)$$

autokorreláció függvényből kiindulva a következő matematikai definíciót javasolta (1. ábra):

$$L = \frac{1}{\sigma_w^2} \int_0^{\infty} R_w(\zeta) d\zeta \quad (2)$$



1. ábra. A turbulencia integrál léptékének meghatározása

Kármán és Howart tisztázta a korrelációvizsgálatok alapvető elvi problémáit [9]. Kármánnak köszönhető az a felismerés is, hogy a léptékparaméter bevezetésével elkerülhető a negatív hatványtörvény jellegű spektrumok a zérus frekvenciánál fellépő szingularitása.

Az integrál lépték a (2) egyenlet szerinti definíciója ma általánosan elfogadott, de fizikai értelmezéséről eltérőek a vélemények. Így például Duncan [3] az átlagos örvénynagyság mérőszámának tekinti. Hintze szerint [8]: „Ez a hosszúság bizonyos értelemben véve a sebességek közötti kapcsolat vagy korreláció hatótávolságának mértéke”. Véleményünk szerint ez a meghatározás járhat legközelebb a valósághoz, de lehet kapcsolat a lépték és a koherenciahossz között is.

Kovácsnay 1976-ban megjelent összefoglaló monográfiájában a lépték matematikai definíciójának új, általánosabb értelmezését vezette le ([5] 91—94. l.). A Wiener—Hincsin összefüggések [1] speciális eseteként kimutatta, hogy az Ω függvényében felírt spektrum zérusértéke:

$$G_w(0) = 4 \int_0^{\infty} R_w(\zeta) d\zeta = \frac{2}{\pi} \sigma_w^2 L \quad (3)$$

Az ismert

$$R_w(0) = \sigma_w^2 \quad (\text{l. az 1. ábrán}) \quad (4)$$

és az

$$\int_0^{\infty} G_w(\Omega) d\Omega = \sigma_w^2 \quad (5)$$

összefüggéseket a (3) illetve a (2) egyenletekkel egybevetve látható, hogy eszerint a σ_w szórás és az L léptéket minden stacionárius sztochasztikus folyamat két egyenrangú, komplementer paraméterének kell tekinteni.

Kovácsnay professzor ezen alapvetően új meglátására más ágazatokban sajnos nem figyeltek fel. Szeretnénk ezért a gyakorlati alkalmazási lehetőségekre tanszékünk kutató munkájából néhány példát bemutatni.

Útfelület teljesítmény-sűrűség spektrumának kiegyenlítése

Az útegyenetlenségek spektrumának kiegyenlítésére — néhány empirikus, hatványfüggvény hányados jellegű képlettől eltekintve — általában negatív kitevőjű hatványfüggvényeket szoktak használni (l. pl.: [2, 12]). Ezek nagyobb frekvenciáknál jó közelítést adnak, de zérus frekvenciánál nem korlátosak. A szingularitás megkerülésére a szerzők önkényes levágásokkal vagy szakaszos függvényekkel próbálkoznak. Ezen, a korrigált szakaszokon

nyilvánvalóan hibás megoldások helyett a léptékparaméter bevezetése javasolható.

A keréknyom $x = x(\xi)$ magassági koordinátájának $G_x(n)$ teljesítményspektruma kiegyenlítésére

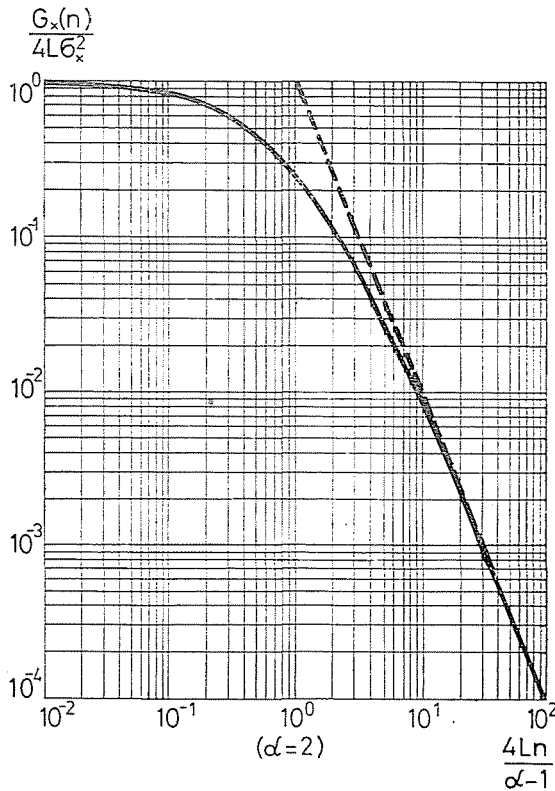
$$G_x(n) = \frac{G_x(0)}{(1 + Cn)^{\alpha}} \quad (6)$$

alakú kifejezéssel próbálkoztunk. Képletünk első, az állandók számértékében még nem egészen pontos változatát [11] továbbfejlesztve, az alábbi eredményre jutottunk. Az n hullámszám függvényében adott spektrumra a (3) egyenlet

$$G_x(0) = 4 \sigma_x^2 L \quad (3a)$$

alakra módosul. Ezt az n hullámszámra is érvényes (5) egyenlettel egybevetve és az integrálást elvégezve bizonyítható, hogy

$$G_x(n) = \sigma_x^2 \frac{4L}{\left(1 + \frac{4}{\alpha - 1} Ln\right)^{\alpha}} \quad (7)$$



2. ábra. Útegyenletlenségek spektrumának kiegyenlítő függvénye

A függvény menetét a dimenzió nélküli Ln függvényében a 2. ábra mutatja.

Egyes úttípusok spektrumának pontosabb kiegyenlítésére hasonló kéttagú kifejezések alkalmasak. Így pl. a logaritmus koordinátarendszerben eddig tört vonallal kiegyenlített illetve „konkáv” spektrumoknál [2] az alábbi képlet javasolható

$$G_x(n) = \sigma_1^2 \frac{4L_1}{\left(1 + \frac{4}{\alpha_1 - 1} L_1 n\right)^{\alpha_1}} + \sigma_2^2 \frac{4L_2}{\left(1 + \frac{4}{\alpha_2 - 1} L_2 n\right)^{\alpha_2}} \quad (8)$$

Ebben az esetben az elméleti szórás:

$$\sigma_0 = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad (9)$$

az eredő lépték pedig:

$$L = \frac{L_1}{1 + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^2} + \frac{L_2}{1 + \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2} \quad (10)$$

Új képletünkkel eddigi tapasztalataink nagyon biztatóak. Még vasúti vágányhibák spektrumának kiegyenlítésével is sikerrel próbálkoztunk. Meglepetést okozott viszont a 800 m magasság alatt a légköri turbulenciaspektrum kiegyenlítésére használt

$$G_w(\Omega) = \sigma_w^2 \frac{L}{(1 + L\Omega)^2} \quad (11)$$

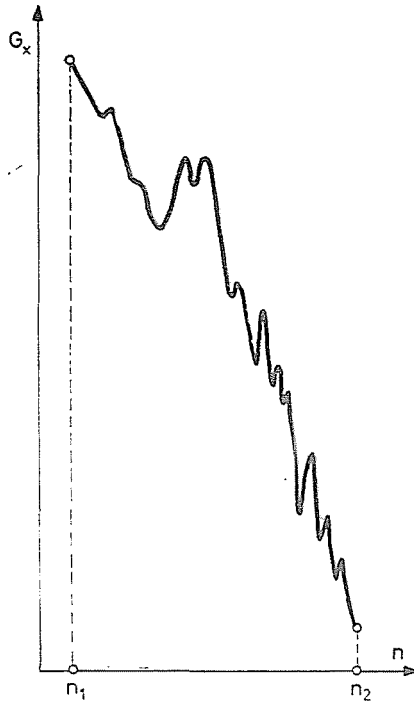
úgynevezett Lappe képlet [10] illetve továbbfejlesztése, a Firebaugh által [6] közölt

$$G_w(\Omega) = \sigma_w^2 \frac{0,8L}{(1 + 0,8L\Omega)^{1/8}} \quad (12)$$

Lock heed — Georgia spektrum vizsgálata. A (7) képlettel összehasonlítva látható ugyanis, hogy az állandók nem pontosak. Ezért helyettük a

$$G_w(\Omega) = \frac{2}{\pi} \sigma_w^2 \frac{L}{\left(1 + \frac{12}{5\pi} L\Omega\right)^{11/6}} \quad (13)$$

kiegyenlítő függvényt javasoltuk [7]. Az, hogy az állandók meghatározásában ilyen bizonytalanság léphetett fel, a mért spektrum véges sáv szélességével magyarázható.



3. ábra. Csonkított teljesítmény-sűrűség spektrum

A szórás meghatározása véges sávzélességű regisztrátumból

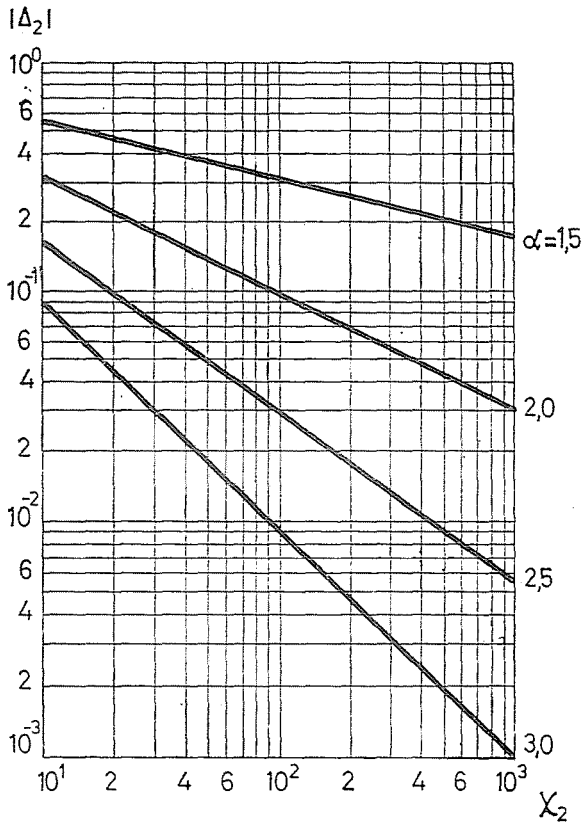
A teljes, elméleti szórást csak korlátlan sávzélességű spektrumból, azaz végtelen hosszúságú mintából és korlátlan f frekvenciáig illetve n hullámszámig torzításmentes műszerezéssel lehet¹ számítani. A mért spektrumok mindig az

$$n_1 = \frac{1}{S} \quad (14)$$

alsó frekvenciahatártól a műszerezésből vagy a mintavételezési gyakoriságból adódó n_2 felső határfrekvenciáig ismertek (3. ábra).

Egy ilyen csonkított spektrumot a neki megfelelő — például a (7) egyenlet szerinti — függvénnyel kiegyenlítve a σ_0 elméleti, a regisztrátumból közvetlenül a σ_m mért szórást kapjuk. A spektrum csonkításából eredő

$$\Delta_m^2 = \frac{\sigma_m^2 - \sigma_0^2}{\sigma_0^2} \quad (15)$$



4. ábra. A nagyfrekvenciás csönkítésből eredő hiba

relatív hibanégyzet nagyságát a (7) egyenlet n_1 és n_2 határok közötti integrálásával lehet számítani. Legyen

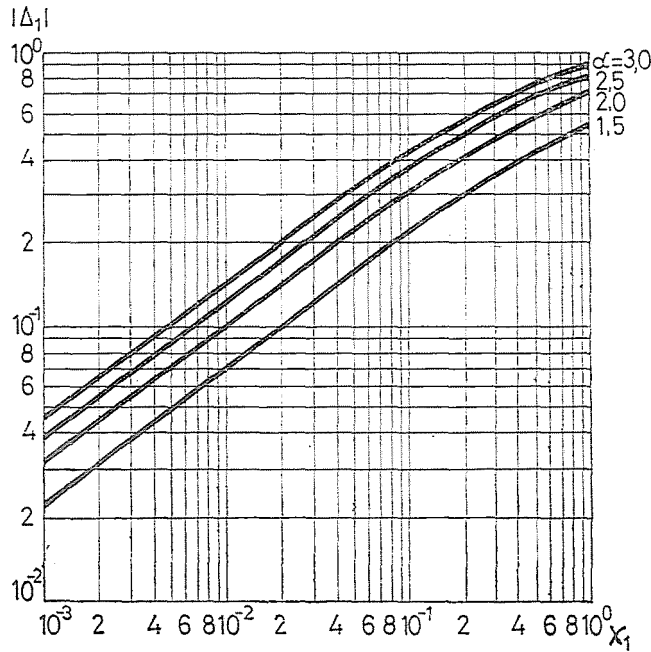
$$z_1 = \frac{4L}{\alpha - 1} n_1 \quad \text{illetve} \quad z_2 = \frac{4L}{\alpha - 1} n_2$$

a határlengésszám tényező. A (7) egyenlet szerinti spektrumfüggvénynél a nagyfrekvenciás levágásból eredő hiba abszolút értéke ekkor

$$|\Delta_2| = \sqrt{\frac{1}{(1 + z_2)^{\alpha-1}}} \quad (16)$$

A hiba nagysága a 4. ábrán látható. Megfelelő műszerezéssel és gondos munkával ez a hiba a megengedhető határ alatt tartható. Nehezebb a helyzet az ezen spektrumtípusnál

$$|\Delta_1| = \sqrt{1 - \frac{1}{(1 + z_1)^{\alpha-1}}} \quad (17)$$



5. ábra. A kisfrekvenciás csonkításból eredő hiba

képlettel számítható kisfrekvenciás hibánál (5. ábra). Ezt nem lehet megfelelően csökkenteni. Ehelyett a kiegyenlítésnél kapott σ_0 értéket kell a

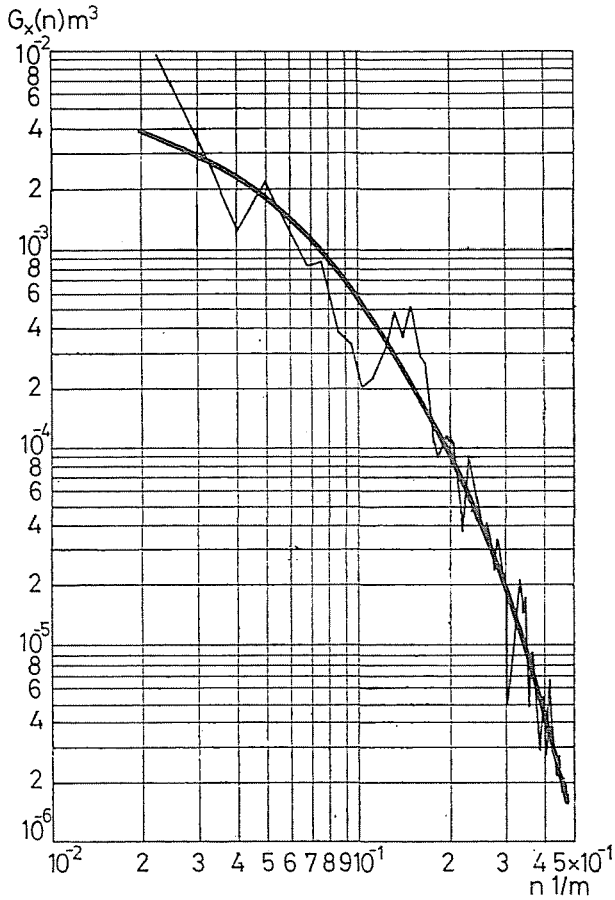
$$\sigma_m^2 = \sigma_0^2 \left[\frac{1}{(1 + \alpha_1)^{\alpha-1}} - \frac{1}{(1 + \alpha_2)^{\alpha-1}} \right] \quad (18)$$

képlettel a mért szórásra átszámítani. Egy sínpálya szakasz a Vasúti Tudományos Kutató Intézet által végzett méréséből Farkas András által készített spektrumán [4] ellenőriztük a képlet helyességét. A mérésből közvetlenül számított és a 6. ábrán látható kiegyenlítésből átszámított σ_m értékek különbsége 2,47% volt.

A térbeli spektrumfüggvény átszámítása időfrekvenciára

A keréknyom $x = x(\xi)$ térbeli egyenletlenségeiből eredő terhelést a jármű V haladási sebességének megfelelő $x = x(t)$ időfüggvény formájában kapja. A $G_x(n)$ térbeli spektrum a $G_x(f)$ időbeli alakra átszámításához nem elegendő az

$$f = nV \quad (19)$$



6. ábra. Vasúti pálya-egyenetlenségek teljesítmény-sűrűség spektruma

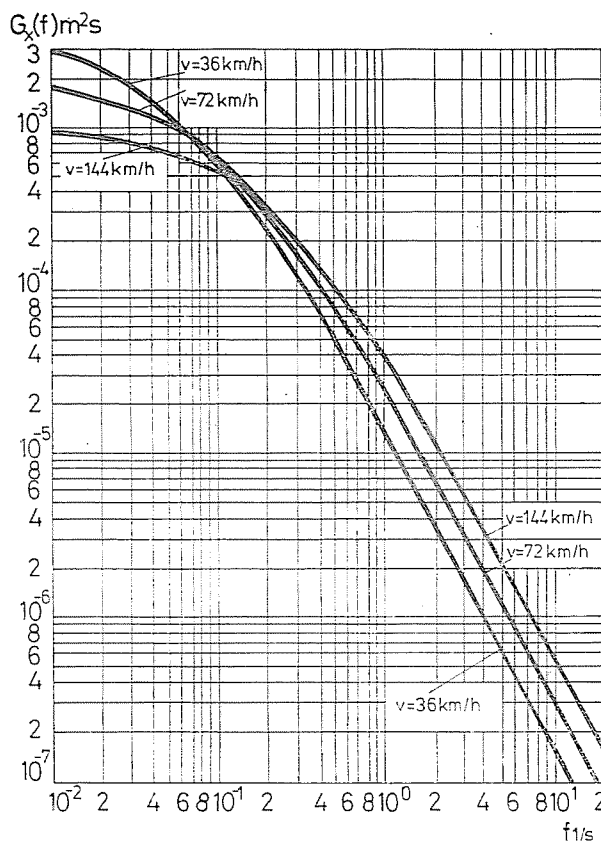
frekvencia átszámítás, mert így hamis, a sebességgel látszólag növekvő σ_x szórású időspektrum adódik. Helyes eredményt ad, de munkaigényes az $R_x(\zeta)$ térbeli autokorreláció függvény a

$$\zeta = \tau V \quad (20)$$

képlettel az $R_x(\tau)$ időbeli korrelációból átszámítása és annak Fourier-transzformációja.

Egyszerű, közvetlen spektrumtranszformáció lehetséges az útegyenlenségek időfüggvénye $R_x(\tau)$ időbeli autokorreláció függvényéből képezett

$$T = \frac{1}{\sigma_x^2} \int_0^{\infty} R_x(\tau) d\tau \quad (21)$$



7. ábra. Az útegyenetlenségek időbeli spektruma különböző haladási sebességeknél

időlépték bevezetésével. A folyamat térbeli és időléptéke a

$$T = \frac{L}{V} \quad (22)$$

összefüggéssel számítható át egymásba. A (19) és a (22) egyenletekkel közvetlenül számított

$$G_x(f) = \sigma_x^2 \frac{4T}{\left(1 + \frac{4}{\alpha - 1} Tf\right)^\alpha} \quad (23)$$

időbeli spektrum képlet most már helyes bármely V sebességre. Ilyen közvetlen átszámítás eredménye látható a 7. ábrán. Az is nyilvánvalóvá válik ebből, miért gyakori a véges frekvenciasávban végzett országúti mérésekből közvetlenül számított útegyenetlenség szórásoknál a sebességgel növekvő tendencia.

Fontos és hasznos a közvetlen átszámítás a számítógép vezérlésű hidraulikus fásasztóberendezések és útszimulátorok programozásánál, mert a gép memóriájában tárolt néhány állandóból igen rövid idő alatt bármilyen sebességnek megfelelő keréktalppont mozgás időfüggvény előállítható.

Fontos szerepe van a léptékparaméternek az útfelület mérések értékelésénél az optimális szakaszosság megválasztásánál is. Az idő illetőleg a helykorlátai miatt ennek részletezésétől legyen szabad most eltekinteni.

Irodalom

1. Csáki, F.: Szabályozások dinamikája Budapest, Akadémiai Kiadó, 1970.
2. Dodds, C. J., Robson, J. D.: The Description of Road Surface Roughness. *Journal of Sound and Vibration*, 31, 175 (1973).
3. Duncan, J., Thom, A. S., Young, A. D.: London, *Mechanics of Fluids* Arnold, 1970.
4. Farkas, A.: A járműfutás statisztikai jellemzőinek meghatározása és kiértékelése mért adatok alapján. *Járművek, Mezőgazdasági Gépek*, 26, 455 (1979).
5. Favre, A., Kovácsnay, L. S. G., Dumas, R., Gaviglio, J., Coantie, M.: Paris, *La turbulence an mecanique des fluides* Gauthier-Villars, 1976.
6. Firebaugh, J. M.: Evaluations of a Spectral Gust Model Using VGH and V—G Flight Data. *J. of Aircraft*, 4, 518 (1967)
7. Gedeon, J.: The Role of the Scale Parameter in Service Load Assessment and Simulation ICAS Proceedings 1982, 13th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences; ICAS-82-2.8.3, Seattle, 1982.
8. Hintze, J. O.: *Turbulence* New York, McGraw-Hill, 1975.
9. Kármán, T., Howart, L.: On the Statistical Theory of Isotropic Turbulence. *Coll. Works III*, 280 (1938).
10. Lappe, U. O.: Low-Altitude Turbulence Model for Estimating Gust Loads on Aircraft. *J. of Aircraft*, 3, 41 (1966)
11. Michelberger, P., Gedeon, J., Keresztes, A.: Problems and Development in Commercial Road Vehicle Fatigue Design and Testing, *Int. J. of Vehicle Design*, 1, 440 (1980)
12. Mitschke, H.: Bericht über die Sachlage der Federung. Proc. 13th FISITA Congress, Paper 17.2.A, Bruxelles, 1970.
13. Taylor, G. I.: Diffusion by Continuous Movements. *Proc. London Math. Soc.*, 20, 196 (1921)
14. Taylor, G. I.: Statistical Theory of Turbulence. *Proc. Roy. Soc. of London, Ser. A*, 151, 421 (1935).

Dr. Gedeon József tudományos főmunkatárs, a műszaki tudományok kandidátusa