

РАСЧЁТ ПРОЦЕССА РАСШИРЕНИЯ ЗАПЫЛЕННЫХ ГАЗОВ В СУЖИВАЮЩЕМ СОПЛЕ И В СОПЛЕ ЛАВАЛЯ

И. ШАНТА

Кафедра Аэро- и Теплотехники Будапештского Технического Университета

Поступила: 10. августа 1979 г.

Представил: Проф. д-р Э. ПАСТОР

Введение

В настоящей статье рассматриваются термо- и газодинамические вопросы — специальной группы многофазных, многокомпонентных систем — запыленных газов.

Актуальность рассмотрения таких систем определяется, с одной стороны, интенсивным развитием теплоэнергетики в наши дни: отыскание новых, более эффективных методов преобразования энергии; применение новых видов топлив и рабочих сред (магнито-газодинамические, электрогазодинамические генераторы, ядерные реакторы, охлаждаемые запыленными газами, далее газовые турбины и реактивные двигатели, в которых рабочая среда содержит большое число твёрдых частиц, и т. п.), а с другой стороны, расширением применения их в технологии производства металлических порошков высокой измельченности.

Присутствие твёрдой фазы в рабочих средах энергетических машин может быть следствием высокого металлосодержания топлива, или применения пылевидных топлив. Введение твёрдых частиц может происходить с целью изменения термических и механических характеристик рабочей среды.

При производстве высокоизмельченных металлических порошков один из методов сообщения энергии дробления является ускорение металлических частиц в газовом потоке большой скорости.

1. Уравнения, описывающие течение запыленного газа

1.1 Общие условия

Течение многофазных сред сложный термо-газодинамический процесс, характеристики которого до настоящего времени полностью неизвестны, так описание уравнениями такого движения встретит затруднение. Поэтому при рассмотрении целесообразно сделать некоторые допущения, которые упрощают описания процессов, но не отведут далеко от истины.

В дальнейшем принимаем следующие упрощающие условия:

- а) течение стационарное, одномерное;
- б) система изолирована и теплообмен происходит только между газом и частицами только путём конвекции;
- в) массовый расход газа и твёрдых частиц по течению постоянный;
- г) в любом поперечном сечении все параметры постоянны;
- д) частицы, являясь сферами одного и того же радиуса, не взаимодействуют между собой и со стенками сопла;
- е) вязкие силы проявляются только при взаимодействии частиц с газом;
- ж) в рассматриваемых случаях суммарным объёмом, занимаемым частицами по отношению к объёму газа, можно пренебречь;
- з) твёрдые частицы имеют размеры многократно превышающие размеры молекул газа, парциальное давление не создают;
- и) температура твёрдой частицы по всей массе частицы постоянная;
- й) для газовой фазы уравнение Клапейрона остаётся в силе;
- к) теплоёмкости фаз не являются функциями температур.

1.2 Уравнение неразрывности

Массовый расход газа через данное сечение A в случае стационарного течения (если нет стока и превращения фаз) определяется уравнением

$$\dot{m}_g = \rho^{(g)} A u_g = \text{const}, \quad (1)$$

и массовый расход пыли:

$$\dot{m}_p = \rho^{(p)} A u_p = \text{const}. \quad (2)$$

В этих уравнениях $\rho^{(g)}$, $\rho^{(p)}$ — т. н. кажущиеся — отнесённые ко всему объёму — плотности; u_g , u_p — скорости газовой и твёрдой фаз.

Между действительными (ρ_g , ρ_p) и кажущимися ($\rho^{(g)}$, $\rho^{(p)}$) плотностями имеется связь

$$\rho_g = \rho^{(g)} \left(1 + m^* \frac{\rho_g}{\rho_p} \right) \quad (3)$$

или

$$\rho_p = \rho^{(p)} \left(1 + \frac{\rho_p}{m^* \rho_g} \right) \quad (4)$$

где

$$m^* = \frac{\dot{m}_p}{\dot{m}_g}. \quad (5)$$

В рассматриваемых случаях $\rho_g \leq 0,01 \rho_p$, далее $m^* < 5$, поэтому в выражении (3) влиянием объёма твёрдой частицы можно пренебречь, т. е. $\rho_g \approx \rho^{(g)}$.

Следовательно, уравнение (1) можно переписать в форме

$$\dot{m}_g = \rho_g A u_g. \quad (6)$$

1.3 Уравнение движения твёрдых частиц

Учитывая допущения, сделанные в пункте 1.1., уравнение движения твёрдых частиц

$$\rho^{(p)} u_p \frac{du_p}{dx} = F_x + \rho^{(p)} g_x \quad (7)$$

где F_x — составляющая по оси x равнодействующей силы от сил газовой фазы, отнесённой к единице объёма; g_x — составляющая по оси x вектора напряжённости поля.

В общем случае на твёрдую частицу, движущуюся в газовом потоке, кроме массовых сил действуют следующие силы:

- а) сила аэродинамического сопротивления;
- б) сила от ускорения частицы относительно газа;
- в) сила, вызванная градиентом давления;
- г) сила, вызванная градиентом температуры;
- д) сила тяжести.

Сила аэродинамического сопротивления, отнесённая к одной частице, определяется известным выражением

$$F_e = -c_e A_{sz} \rho_g \frac{u_g - u_p}{2} (\bar{u}_g - \bar{u}_p) \quad (8)$$

где c_e — коэффициент сопротивления; $A_{sz} = \frac{\delta^2 \pi}{4}$ — максимальное поперечное сечение, перпендикулярное направлению относительной скорости; δ — диаметр частицы.

Силы, происходящие от ускорения частицы относительно газа, от градиента давления и температуры, далее силу тяжести — в рассматриваемом диапазоне диаметров частиц — как малые величины по сравнению с аэродинамической силой сопротивления можем пренебречь [1].

Учитывая уравнение (8) и то обстоятельство, что в единице объёма потока запыленного газа находится

$$N_0 = \frac{\rho^{(p)}}{\frac{\delta^3 \pi}{6} \rho_p} \quad (9)$$

твёрдых частиц, уравнению (7) можем дать вид

$$u_p \frac{du_p}{dx} = \frac{3}{4} c_e \frac{\rho_g}{\rho_p} \frac{(u_g - u_p)^2}{2} \quad (10)$$

где коэффициент сопротивления (c_e) определяется в зависимости от числа Рейнольдса, отнесённого к частице ($R_p = \frac{(u_g - u_p) \delta}{\nu_g}$ — здесь ν_g — кинематическая вязкость газа) по одной из следующих формул [2].

$$c_e = \begin{cases} 25,6 R_p^{-1} & (R_p < 1) \\ 26,3 R_p^{-0,8} & (1 \leq R_p \leq 13) \\ 12,3 R_p^{-0,5} & (13 < R_p \leq 800) \\ 0,44 & (R_p > 800) \end{cases} \quad (11)$$

1.4 Уравнение движения газовой фазы

Для газовой фазы, если среда невязкая и течение одномерное, можно написать следующее уравнение

$$\rho^{(g)} u_g \frac{du_g}{dx} = - \frac{dp}{dx} + F^{(g,p)}. \quad (12)$$

Здесь p — давление газовой фазы; $F^{(g,p)}$ — сила, отнесённая к единице объёма, развиваемая твёрдыми частицами над газовой фазой, которая равняется силе, развиваемой газом над твёрдыми частицами (левая часть уравнения (6)), только имеет противоположный знак

$$F^{(g,p)} = - \rho^{(p)} u_p \frac{du_p}{dx}. \quad (13)$$

Подставив выражение (13) в (12) и приняв во внимание отношения (1), (2) и (5), получим:

$$\frac{du_g}{dx} = m^* \frac{du_p}{dx} + \frac{1}{\rho_g u_g} \frac{dp}{dx}. \quad (14)$$

1.5 Уравнение энергии дискретной фазы

Для изменения полной энтальпии твёрдых частиц, движущихся в газовом потоке, при условиях, изложенных в пункте 1.1., можем написать следующее дифференциальное уравнение:

$$\rho^{(p)} u_p \frac{di_0}{dx} = \dot{Q}^{(p,g)} + P^{(p,g)} \quad (15)$$

где $i_0 = i + \frac{u_p^2}{2}$ — полная удельная энтальпия дискретной фазы; $\dot{Q}^{(p,g)}$ — тепло, переданное от газа к твёрдым частицам в единицу времени, отнесённое к единице объёма; $P^{(p,g)}$ — мощность сил между фазами, отнесённая к единице объёма.

Отнесённая к единице объёма мощность сил, действующих между фазами, определяется с использованием выражения (7) по формуле:

$$P^{(p,g)} = \varrho^{(p)} u_p^2 \frac{du_p}{dx}. \quad (16)$$

В то же время количество тепла, передаваемое от газа к твёрдым частицам, путём конвекции:

$$\dot{Q}^{(p,g)} = \alpha N_0 \delta^2 \pi (T_g - T_p) \quad (17)$$

где α — коэффициент теплопередачи; T_g — температура газа; T_p — температура твёрдой частицы.

С помощью выражений (9), (16), (17) и равенства $i_0 = c T_p + \frac{u_p^2}{2}$, из уравнения (15) после несложных преобразований получим уравнение энергии дискретной фазы:

$$u_p \frac{dT_p}{dx} = \frac{6\alpha}{c \delta \varrho_p} (T_p - T_g). \quad (18)$$

Здесь c — теплоёмкость частицы.

Для определения коэффициента теплопередачи (α) можем воспользоваться формулой Дрейка [2].

$$[Nu_p = 2 + 0,459 R_p^{0,55} Pr^{0,33} \quad (19)$$

где $Nu_p = \frac{\alpha \delta}{\lambda}$ — число Нуссельта, отнесённое к частице; Pr — число Прандтля.



1.6 Объединённое уравнение энергии двух фаз

В случае адиабатического течения невязкой и невесомой среды полная энтальпия не изменится. Таким образом, уравнение энергии запыленного газа

$$\dot{m}_g \left(c_p T_g + \frac{u_g^2}{2} \right) + \dot{m}_p \left(c T_p + \frac{u_p^2}{2} \right) = (\dot{m}_g c_p + \dot{m}_p p) T_0. \quad (20)$$

В уравнении (20) c_p — изобарная теплоёмкость газовой фазы; T_0 — температура торможения.

1.7. Система уравнений, описывающая течение запыленного газа

Уравнения (10), (14), (18) и (20) совместно с уравнением состояния

$$p = \rho_g R_g T_g \quad (21)$$

образуют систему уравнений, описывающую движение запыленного газа при данных условиях. Эта система после приведения к безразмерному виду и преобразований имеет следующий вид:

$$\frac{du_p^*}{dx^*} = B_1 \frac{u_g^* - u_p^*}{u_p^*} \quad (22)$$

$$\frac{dT_p^*}{dx^*} = B_2 \frac{T_g^* - T_p^*}{u_p^*} \quad (23)$$

$$\frac{du_g^*}{dx^*} = \frac{Ma_g^*(\kappa - 1)m}{2u_g^*(Ma_g^2 - 1)} \left\{ \frac{T_g^*}{A^*} \frac{dA_g^*}{Ax^*} + m^* \left[\left(2u_p^* - \frac{2c_p u_g^*}{R_g} \right) \frac{du_p^*}{dx^*} + \frac{c_p}{c} \frac{dT_p^*}{dx^*} \right] \right\} \quad (24)$$

$$T_g^* = 1 + m^* \frac{c}{c_p} - u_g^{*2} - m^* \left(\frac{c}{c_p} T_p^* + u_p^{*2} \right) \quad (25)$$

где

$$x^* = \frac{x}{L}; \quad T_g^* = \frac{T_g}{T_0}; \quad p^* = \frac{p}{p_0}; \quad T_p^* = \frac{T_p}{T_0}; \quad u_g^* = \frac{u_g}{u_0}; \quad u_p^* = \frac{u_p}{u_0};$$

$$u_0 = \sqrt{2c_p T_0}; \quad A^* = \frac{Au_0 p_0}{\dot{m}_g R_g T_0}; \quad B_1 = \frac{3}{4} \frac{c_e R_p \mu_g L}{\delta^2 \rho_p u_0};$$

$$B_2 = \frac{Nu \lambda_g L}{c \delta^2 \rho_p u_0}; \quad Ma_g|_1 = \frac{u_g}{\sqrt{\kappa R_g T_g}};$$

μ_g — динамическая вязкость газовой фазы; p_0 — давление резервуара; L — длина сопла; κ — показатель адиабаты газа; R_g — газовая постоянная.

2. Расчёт процесса расширения запыленного газа

Расчёт процесса расширения возможно путём решения системы уравнений (22)–(25).

Аналитическое решение данной выше системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений в случае заданного сопла неизвестно, так систему можно решать только численными методами.

Система, как из уравнения (24) видно, в месте $Ma_g = 1$ имеет особую точку, которая седловая точка. Чтобы обойти проблемы точности расчёта,

возникающие в окрестности этой точки при интегрировании, целесообразно в уравнение (24) применять подстановку $Ma_g^2 = 1 \pm \sqrt{2N}$ предложенную Глауцом [3]. Знак «—» относится к дозвуковым, «+» к сверхзвуковым течениям. (Место перемены знака $Ma_g = 1$). После несложных преобразований получим:

$$\frac{dN}{dx^*} = \frac{2Ma_g^2}{T_g^*} m^* \left\{ \frac{T_g^* + u_g^{*2}}{A^* m^*} \frac{dA^*}{dx^*} + \right. \\ \left. + \left[(\kappa Ma_g^2 + 1) u_p^* - \left(\frac{2}{\kappa - 1} + Ma_g^2 \right) \kappa u_g^* \right] \frac{du_p^*}{dx^*} + \frac{1 + Ma_g^2 \kappa}{2} \frac{dT_p^*}{dx^*} \right\} \quad (26)$$

При сверхзвуковых течениях целесообразно пользоваться системой, которая состоит из уравнений (22), (23), (25) и (26).

По анализу, проведённому при интегрировании, в данном сопле Лавалья превышение скорости звука — как и в однофазной газовой динамике известно — возможен только в случае определённого массового расхода (или начальной скорости). Этот массовый расход (при данном m^*) перед началом расчёта не может быть известен, т. к. величина его кроме начальной температуры, давления и концентрации твердых частиц зависит от геометрии сопла до критического сечения, взаимодействия фаз, и от значения критического сечения. Так, этот массовый расход можно определить только итерацией. При правильном выборе его значения, индикатором может служить вспомогательная функция $u(x^*)$.

Подходящим методом решения системы является метод Рунге—Кутты, т. к. в процессе интегрирования нужно изменять шаг. При начальных условиях, соответствующих условиям резервуара, решение нельзя начинать этим методом, поэтому на этом этапе нужно применять какой-то другой метод. Для этой цели использована линейная подстановка:

$$u_p^* = \varphi x^* \quad (27)$$

(В этом случае система уравнений (22)—(25) решается аналитически). Величина коэффициента φ определяется по выражению, полученному при аналитическом решении [1]:

$$A^* = \frac{\left[1 - \varphi^2 (\varphi B_1^{-1} + 1)^2 x^{*2} \frac{c_p}{c} \right] \left\{ 1 - \frac{c}{R_g} \left[1 + \frac{m^* \varphi}{\varphi (\varphi B_1^{-1} + 1)} \right] \right\}}{\varphi (\varphi B_1^{-1} + 1) x^*} \quad (28)$$

методом итерации.

Для расчёта процесса расширения в суживающем сопле и в сопле Лавалья на языке АЛГОЛЬ 1204 составлена программа [1], упрощенная схема которой представлена на рис. 1.

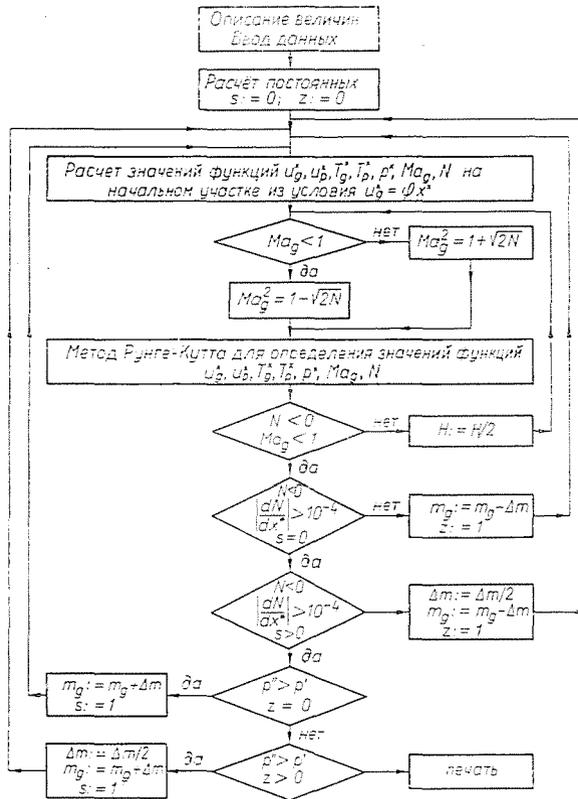


Рис. 1

Из этой схемы видно, что если вспомогательная переменная будет отрицательной, то делением шага определяется место перемены знака. В том случае, если здесь $\frac{dN}{dx^*} > 10^{-4}$, то программа обеспечивает уменьшение массового расхода на величину Δm . Если давление в процессе интегрирования начнёт расти, то это в программе вызывает увеличение массового расхода. Если последующие друг за другом коррекции имеют противоположные знаки, то величина коррекции делится на два.

3. Результаты расчётов процессов расширения

Расчёты процессов расширения проведены на сопле Лаваля (рис. 2), и на его суживающую часть.

Запыленный газ состоит из смеси азота и частицы графита. Параметры, характеризующие резервуар, $P_0 = 1,5$ МПа и $T_0 = 1000$ К.

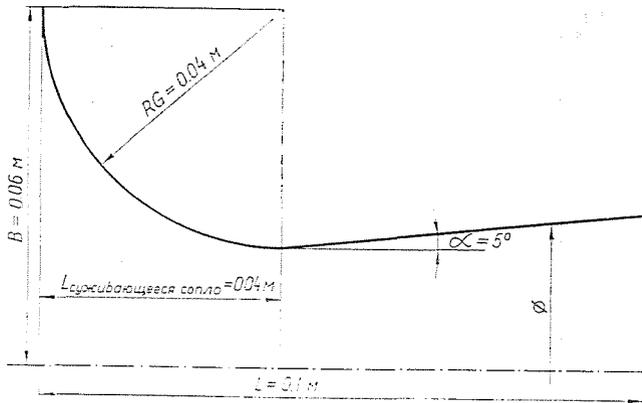


Рис. 2

Кроме расчёта процессов целью исследования являлась и определение влияния следующих параметров на процесс расширения:

в суживающемся сопле пылесодержание ($\dot{m}_g = \text{idem.}$, $\delta = \text{idem.}$), размер твёрдой частицы ($\dot{m}_g = \text{idem.}$, $m^* = \text{idem.}$) и массовый расход газовой фазы ($\delta = \text{idem.}$, $m^* = \text{idem.}$); а в случае сопле Лавалья пылесодержание ($\delta = \text{idem.}$); $\dot{m}_g = f(m^*)$ и размер твёрдой частицы ($m^* = \text{idem.}$, $\dot{m}_g = f(\delta)$).

3.1. Результаты расчётов процессов расширения, происходящих в суживающемся сопле, и их оценка

Результаты расчётов представлены на рисунках 3—6. На рис. 3 показаны изменения параметров запыленного газа по оси сопла в процессе расширения.

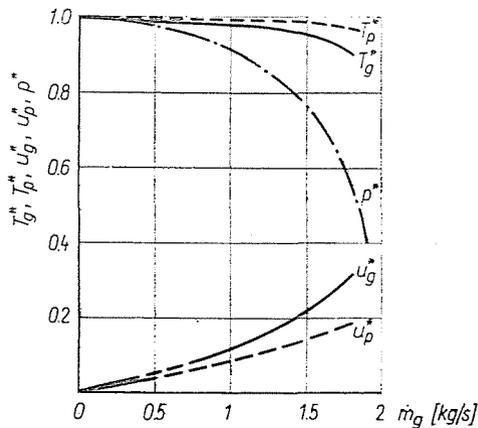


Рис. 3

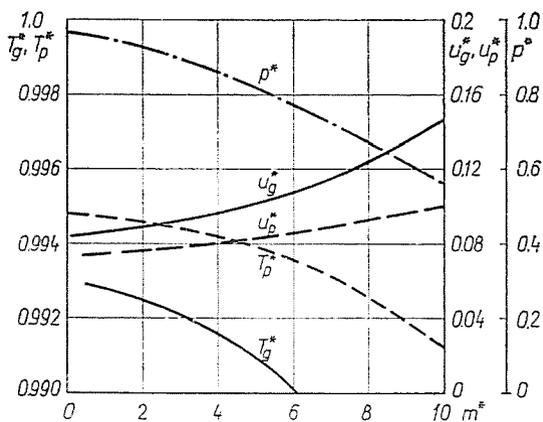


Рис. 4

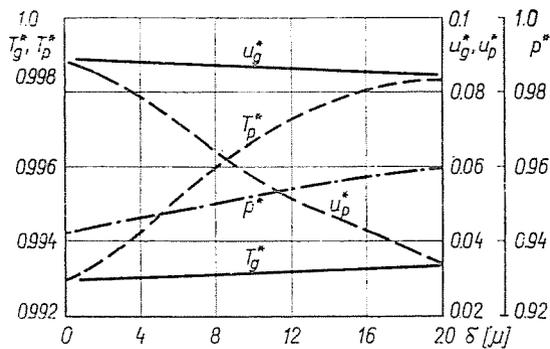


Рис. 5

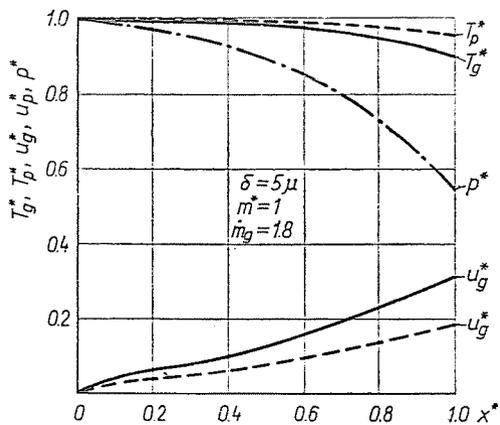


Рис. 6

а) Влияние удельного пылесодержания (рис. 4)

С увеличением удельного пылесодержания растёт скорость газа и вместе с этой и скорость твёрдой фазы, т. к. растёт количество тепла, переданное твёрдой фазой к газу вследствие увеличения суммарной поверхности теплообмена твёрдых частиц. В то же время растёт и работа трения, использованная на ускорение этих частиц. Дозвуковое течение ускоряется при подводе тепла и при совершении потоком работы [4]. Это влияние увеличивает разности скоростей и температур между фазами. В результате ускорения, температура фаз и давление смеси в конце процесса с увеличением удельного пылесодержания уменьшается. Это явление связано с тем, что все остальные внешние воздействия на поток (изменение поперечного сечения сопла, и совершение работы) более сильные, чем подвод тепла.

б) Влияние размера частицы (рис. 5)

С увеличением диаметра твёрдой частицы — как представлено на рис. 5. — разность скоростей фаз растёт. Это, далее тот факт, что при постоянном удельном пылесодержании с увеличением диаметра частиц суммарная поверхность теплообмена уменьшается, вызывает увеличение разности температур фаз.

Элементарная техническая работа совершенная газом, затрачивается на увеличение кинетической энергии частиц, то есть

$$dw_t = m^* u_p du_p. \quad (29)$$

Единица массы газа на преодоление трения между фазами на пути dx совершает работы

$$dw_s = \frac{m^* F_c}{m_{sz}} (u_g - u_p) \frac{dx}{u_p} = m^* (u_g - u_p) du_p.$$

Сумма двух элементарных работ

$$dw_t + dw_s = m^* u_g du_p. \quad (30)$$

Как видно из уравнения (30) с увеличением размера частиц — т. е. u_g и du_p уменьшаются — суммарная работа, совершенная газовой фазой, будет всё меньше. Уменьшение количества тепла, подведённого к газу и совершенной газовой фазой работы дозвуковое течение приближает к изэнтропическому. Увеличение размера частиц на параметры обеих фаз имеет одинаковое влияние, хотя не в одинаковой мере. Скорости фаз в выходном сечении сопла уменьшаются с увеличением размера частиц, температуры фаз и давление смеси растут. На изменение размера частиц твёрдая фаза сильнее, а газовая фаза слабее реагирует.

в) Влияние массового расхода газовой фазы (рис. 6)

С увеличением массового расхода газовой фазы растёт скорость этой фазы и вместе с ней и скорость частиц. В то же время это приведет к уменьшению температур фаз и давления среды в выходном сечении сопла.

3.2. Результаты расчётов процессов расширения в сопле Лавалья и их оценка

Результаты расчётов представлены на рис. 7—12. Распределение характеризующих параметров по длине сопла показано на рис. 7.

Необходимо заранее подчеркнуть, что в сопле Лавалья относительное пылесодержание или размер частицы определяет массовый расход газовой фазы. Таким образом, сделанные выводы в случае суживающегося сопла не остаются в силе в суживающемся участке сопла Лавалья.

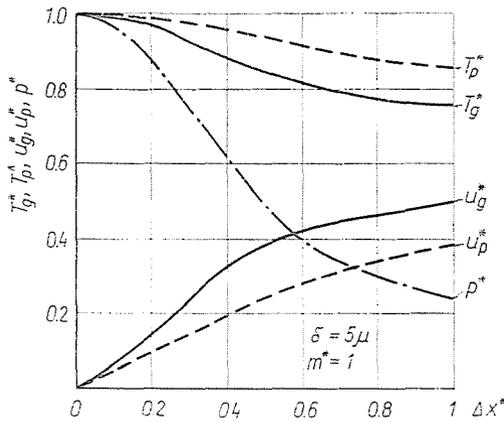


Рис. 7

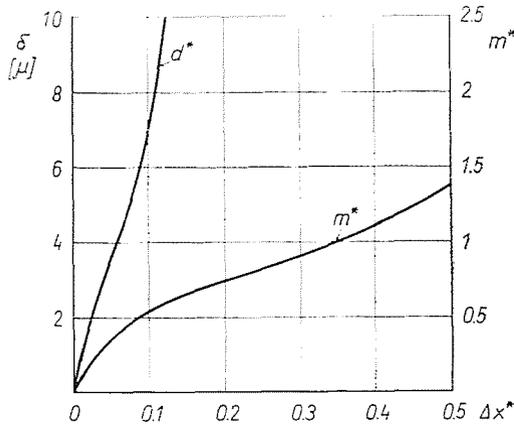


Рис. 8

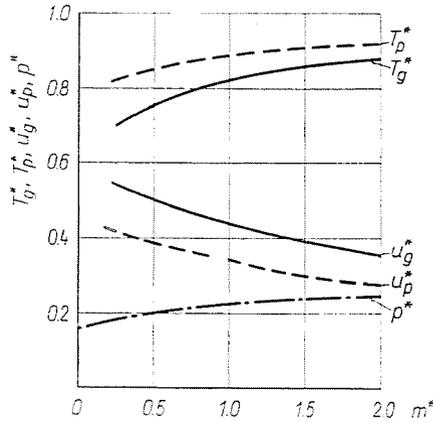


Рис. 9

а) Влияние относительного пылесодержания

С увеличением относительного пылесодержания место расположения критического сечения вследствие теплового подвода, трения, и совершения работы удаляется от минимального сечения по направлению потока (рис. 8). (Под критическим сечением понимаем сечение, где скорость газовой фазы совпадает с местной скоростью звука в газовой фазе).

Скорости, разности скоростей и температур фаз в выходном сечении сопла с увеличением относительного пылесодержания уменьшаются, а температуры фаз увеличиваются. Растёт и конечное давление расширения (рис. 9). На рис. 10. представлено влияние относительного пылесодержания на пропускную способность сопла. Из диаграммы видно, что пропускная способность уменьшается с увеличением относительного пылесодержания. Это явление обосновывает результаты, полученные расчётом.

б) Влияние размера частиц

Уменьшение размера частиц (при $m^* = idem.$) вызывает подобное перемещение критического сечения как и увеличение относительного пылесодержания.

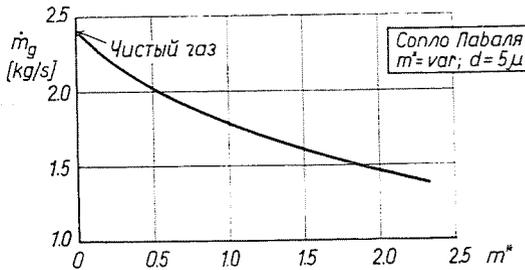


Рис. 10

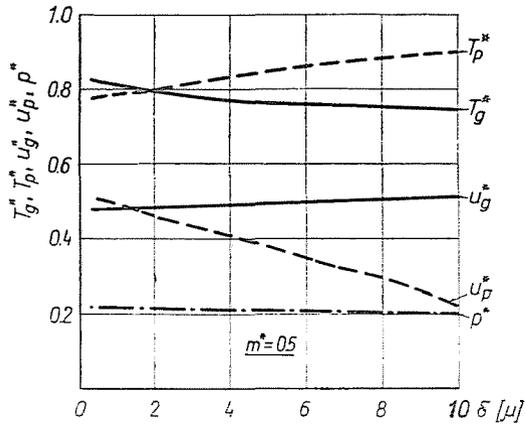


Рис. 11

держания (рис. 8). Это связано с увеличением количества подводимого к газу тепла из-за увеличения поверхности теплообмена.

С увеличением диаметра частиц растёт скорость газовой фазы и температура частиц, однако уменьшается скорость частиц и температура газа в выходном сечении сопла (рис. 11). Уменьшение размера приведёт к уменьшению разностей температур и скоростей фаз.

Газовая фаза менее, а твёрдая фаза более чувствительна к изменению размера частиц.

С уменьшением размера частиц увеличивается конечное давление процесса расширения и уменьшается пропускная способность сопла (рис. 11., 12).

Самая маленькая пропускная способность получается в случае т. н. равновесного запыленного газа ($u_g = u_p, T_g = T_p$), а с увеличением диаметра частиц пропускная способность приближается к пропускной способности сопла при чистом газе.

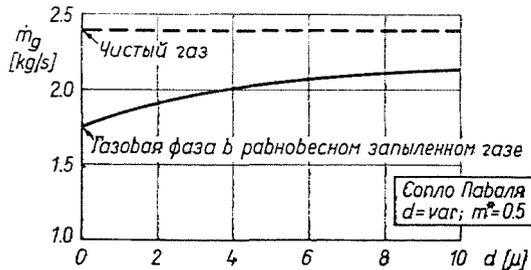


Рис. 12

Резюме

В настоящей статье излагается система уравнений, описывающая одномерное течение запыленного газа и схему программы решения на ЭВМ. Результаты расчётов процессов расширения при различных условиях в суживающемся сопле и в сопле Лавала заданной геометрии представлены в диаграммах, и на этом основании производится оценка результатов и сделаны выводы.

Литература

1. SÁNTA I.: Poros gázok termikus vizsgálata és expanziófolyamatának számítása. Egyetemi doktori értekezés (В.М.Е.), Вр., 1975. 117 p.
2. Бабуха, Г. Л.—Шрайбер А. А.: Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках. Наукова Думка. Киев, 1972.
3. GLAUZ, R. D.: Combined subsonic. supersonic gas-particle flow = ARS Preprint 1717—61 (April, 1961).
4. Műszaki hő és áramlástan. Szerk.: Dr. Pásztor E., dr. Konecsny F., Kézirat. Tankönyvkiadó V. Вр., 1975.

Imre SÁNTA H-1521, Budapest