

ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ РЕЛЬСОВЫХ ЦЕПЕЙ

Г. ТАРНАЙ—И. КЛОКНИЦЕР—Ф. ПАРАДИ

Институт транспортной техники и организации
Отдел транспортной автоматики
Будапештского Технического Университета

Поступило 21. октября 1977. г.

Представлено: проф. д-р Т. КЕЛЕМЕН

По заказу Международного союза железных дорог (МСЖД) и Венгерских государственных железных дорог (МАВ) Отдел транспортной автоматики Института транспортной техники и организации Будапештского Технического Университета недавно проводил исследования об изменении электрических параметров рельсовых цепей в зависимости от частоты и величин обратного тягового тока в рельсах.

Измерения, проведённые раньше, опубликованные в международном масштабе, не распространялись на исследование влияния тягового тока и ограничивались верхней частотой 20—30 кГц, в то время, как наши измерения проводились до частот 60 кГц.

Необходимые натурные измерения проводились для замеров изменения балластного сопротивления при разных метеорологических условиях для путей как с деревянными, так и с бетонными шпалами.

Кроме решения проблем измерительной техники в интересах правильной оценки необходимо было определить ожидаемую максимальную погрешность измеренных и рассчитанных на их основаниях параметров. Анализ полученных соотношений также даст возможность уменьшения погрешности измерений.

В этой статье рассматривается ожидаемая погрешность измеренных и на их основе рассчитанных величин в зависимости от погрешности элементов измерительной цепи и от измеренных величин при данной измерительной системе и методе.

Измерение параметров

Для расчёта рельсовых цепей наиболее подходящими параметрами являются волновые параметры: волновый импеданс Z_0 и коэффициент распространения $g_0 = \gamma l$ [1].

В большинстве случаев их непосредственное измерение практически не является осуществимым. В то же время легко измеряются диагональные параметры: входной импеданс холостого хода Z_{in} и короткого замыкания Z_r . Из

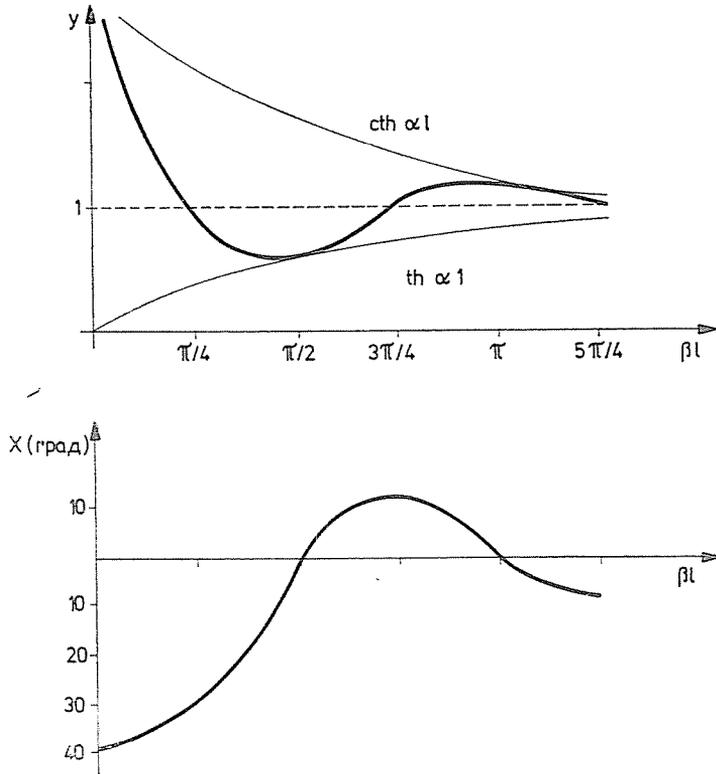


Рис. F1

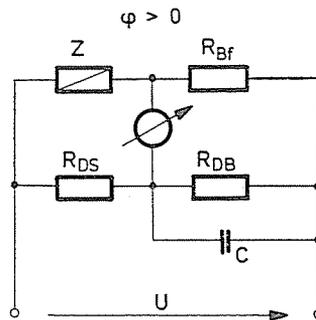


Рис. 1

них можно рассчитать волновые параметры, которые позволяют определить по необходимости постоянные линии (контурное сопротивление R , контурную индуктивность L , проводимость G и ёмкость C на единицу длины).

Для измерения диагональных параметров выбирается мостовая схема, показанная на фиг. 1. (метод «а») [2]. Здесь R_{DS} и R_{DB} — декадные сопротив-

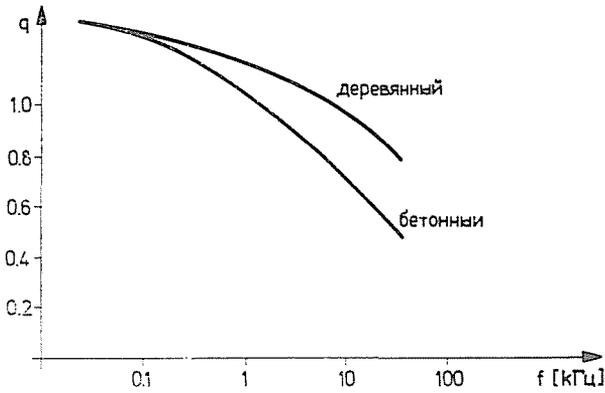


Рис. F2

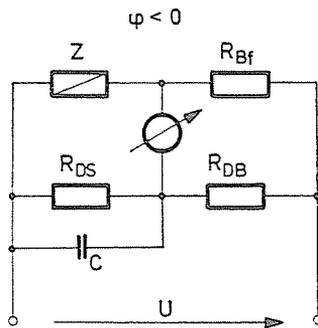


Рис. 2

ления, C — декадный конденсатор, R_{Bf} — проволочное сопротивление с большой нагрузаемостью и малой индуктивностью (0,5 ... 1000 ом), Z — импеданс измеряемой рельсовой цепи.

Импеданс холостого хода при небольшой электрической длине (значение γl мало) является ёмкостным. В таком случае применяется схема, показанная на фиг. 2. (метод «б») [2].

Погрешности диагональных параметров

Основы расчёта погрешностей предполагаются общеизвестными (см. напр. [4]).

Абсолютное значение импеданса при измерении методом «а»:

$$|Z| = R_{Bf} \cdot R_{DS} \sqrt{\frac{1}{R_{DB}^2} + \omega^2 C^2}.$$

Абсолютное значение погрешности выражения под корнем (при погрешности ω равной 0):

$$|\Delta| = \frac{1}{2 \sqrt{\frac{1}{R_{DB}^2} + \omega^2 C^2}} \left(2 \frac{1}{R_{DB}^3} \cdot |\Delta R_{DB}| + 2\omega^2 C |\Delta C| \right)$$

Абсолютное значение относительной погрешности абсолютного значения импеданса составляет

$$\frac{|\Delta Z|}{|Z|} = \frac{|\Delta R_{Bf}|}{R_{Bf}} + \frac{|\Delta R_{DS}|}{R_{DS}} + \frac{|\Delta|}{\sqrt{\frac{1}{R_{DB}^2} + \omega^2 C^2}}$$

$$\frac{|\Delta Z|}{|Z|} = \frac{|\Delta R_{Bf}|}{R_{Bf}} + \frac{|\Delta R_{DS}|}{R_{DS}} + \frac{1}{\frac{1}{R_{DB}^2} + \omega^2 C^2} \times$$

$$\times \left(\frac{1}{R_{DB}^3} \frac{|\Delta R_{DB}|}{R_{DB}} + \omega^2 C^2 \frac{|\Delta C|}{C} \right)$$

Так как

$$\omega C R_{DB} = \operatorname{tg} \varphi_z;$$

$$\frac{|\Delta Z|}{|Z|} = \frac{|\Delta R_{Bf}|}{R_{Bf}} + \frac{|\Delta R_{DS}|}{R_{DS}} + \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_z} \cdot \frac{|\Delta R_{DB}|}{R_{DB}} + \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi_z}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_z} \cdot \frac{|\Delta C|}{C}$$

$$r = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_z} = \cos^2 \varphi_z$$

$$s = \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi_z}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_z} = \sin^2 \varphi_z$$

в зависимости от угла фазы φ_z измеренного импеданса показаны на фиг. 3.

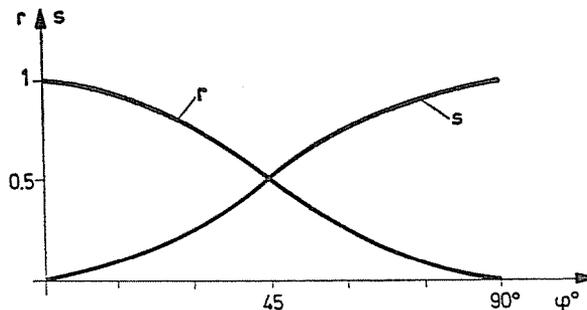


Рис. 3

Как видно, при малых углах ($\varphi_z < 18^\circ$) погрешность измерительной ёмкости, при больших углах ($\varphi_z > 72^\circ$) погрешность декадного сопротивления R_{DB} из-за $s < 0,1$, также $r < 0,1$ в незначительной мере влияет на погрешность измеренного импеданса.

Так как $r + s = 1$

при

$$\frac{|\Delta R_{DB}|}{R_{DB}} = \frac{|\Delta C|}{C}$$

абсолютное значение относительной погрешности абсолютного значения импеданса является постоянным и не зависит от измеренной величины.

Например, при

$$\frac{|\Delta R_{Bf}|}{R_{Bf}} = \frac{|\Delta R_{DS}|}{R_{DS}} = \frac{|\Delta R_{DB}|}{R_{DB}} = \frac{|\Delta C|}{C} = 1\%$$

$$\frac{|\Delta Z|}{|Z|} = 3\%$$

Угол фазы импеданса

$$\varphi = \text{arc tg } (\omega CR_{DB}) .$$

Погрешность угла фазы:

$$|\Delta\varphi_z| = \frac{1}{1 + (\omega CR_{DB})^2} (\omega C |\Delta R_{DB}| + \omega R_{DB} |\Delta C|)$$

$$|\Delta\varphi_z| = \frac{\text{tg } \varphi_z}{1 + \text{tg}^2 \varphi_z} \left(\frac{|\Delta R_{DB}|}{R_{DB}} + \frac{|\Delta C|}{C} \right)$$

$$t = \frac{\text{tg } \varphi_z}{1 + \text{tg}^2 \varphi_z} = \frac{1}{2} \sin 2\varphi_z$$

значение которой в зависимости от угла фаз импеданса, показано на фиг. 4.

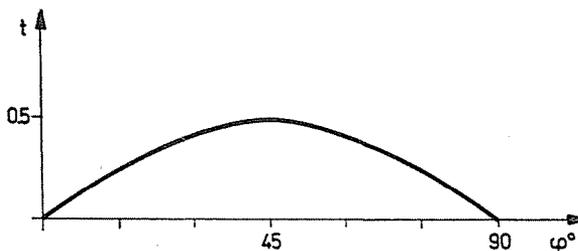


Рис. 4

Погрешность угла фазы является максимальной при 45° .
При применении элементов моста с точностью 1%

$$|\Delta\varphi_z| = 0,5(0,01 + 0,01) = 0,01 \text{ rad} \approx 0,57^\circ$$

При методе «б» абсолютное значение импеданса (по [2]):

$$|Z| = \frac{R_{Bf}}{R_{DB} \sqrt{\frac{1}{R_{DS}^2} + \omega^2 C^2}},$$

угол фазы импеданса:

$$\varphi_z = \arctg(\omega \cdot C \cdot R_{DS}).$$

Так как с точки зрения результата расчёта погрешностей действия умножения и деления равны, соотношение, полученное при методе «а» в данном случае тоже может быть применено, взаимной перестановкой значений R_{DS} и R_{DB} .

До сих пор мы предполагали, что мостовая схема может быть *совершенно точно* уравновешена. При больших углах фаз ($\varphi_z > 88^\circ$, $\text{tg } \varphi_z > 30^\circ$) погрешность R_{DB} в 100% вызывает пренебрегаемую угловую погрешность, тем более можно пренебречь относительной погрешностью абсолютного значения. Однако погрешность R_{DB} непосредственно влияет на погрешность $\text{tg } \varphi_z = \omega C R_{DB}$ (погрешность $\text{tg } \varphi_z$ сильно влияет на погрешность постоянных линий, см. там):

$$\frac{|\Delta(\text{tg } \varphi_z)|}{\text{tg } \varphi_z} = \frac{|\Delta R_{DB}|}{R_{DB}} + \frac{|\Delta C|}{C}$$

(при условии $\Delta\omega = 0$).

Поэтому при больших фазовых углах является целесообразным применение *метода «в»*, показанного на фиг. 5, при котором индуктивный реактанс, измеряемого импеданса, компенсируется последовательно включённым конденсатором [2].

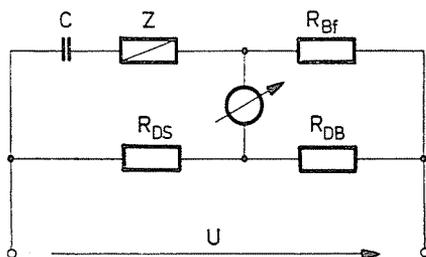


Рис. 5

Введём обозначения:

$$a = \frac{R_{Bf} \cdot R_{DS}}{R_{DB}} \quad b = \frac{1}{\omega C}$$

тогда абсолютное значение импеданса $|Z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
 угол фазы импеданса:

$$\varphi_Z = \arctg \frac{b}{a}$$

Относительная погрешность значений a и b :

$$\frac{|\Delta a|}{a} = \frac{|\Delta R_{Bf}|}{R_{Bf}} + \frac{|\Delta R_{DS}|}{R_{DS}} + \frac{|\Delta R_{DB}|}{R_{DB}}$$

$$\frac{|\Delta b|}{b} = \frac{|\Delta C|}{C}$$

Абсолютное значение абсолютной погрешности импеданса:

$$|\Delta Z| = \frac{1}{2\sqrt{a^2 + b^2}} (2a |\Delta a| + 2b |\Delta b|).$$

абсолютное значение относительной погрешности импеданса

$$\frac{|\Delta Z|}{|Z|} = \frac{a |\Delta a| + b |\Delta b|}{a^2 + b^2}$$

После преобразования

$$\frac{|\Delta Z|}{|Z|} = \frac{1}{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} \frac{|\Delta a|}{a} + \frac{\left(\frac{b}{a}\right)^2}{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} \cdot \frac{|\Delta b|}{b}$$

Так как $\frac{b}{a} = \operatorname{tg} \varphi_Z$,

$$\frac{|\Delta Z|}{|Z|} = r \cdot \frac{|\Delta a|}{a} + s \frac{|\Delta b|}{b}.$$

Как видно, при больших фазовых углах (и метод «в» применяется именно в таком случае) относительная погрешность абсолютного значения импеданса практически равняется погрешности ёмкости:

$$\left. \frac{|\Delta Z|}{|Z|} \right|_{\varphi_Z \rightarrow 90^\circ} \cong \frac{|\Delta b|}{b} = \frac{|\Delta C|}{C}$$

Погрешность угла фазы:

$$|\Delta\varphi_z| = \frac{1}{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} \left(\frac{|\Delta b|}{a} + \frac{b}{a^2} |\Delta a| \right)$$

$$|\Delta\varphi_z| = \frac{1}{2} \sin 2\varphi_z \left(\frac{|\Delta a|}{a} + \frac{|\Delta b|}{b} \right).$$

Это означает погрешность угла фазы при мостовых элементах с точностью 1% и при $\varphi_z > 88^\circ$

$$|\Delta\varphi_z| < 0,0013 \text{ rad} = 0,076^\circ$$

Погрешности волновых параметров

Абсолютное значение волнового импеданса

$$|Z_0| = \sqrt{|Z_{\bar{u}}| \cdot |Z_r|}.$$

угол фазы:

$$\varphi_{Z_0} = \frac{1}{2} (\varphi_{Z_{\bar{u}}} + \varphi_{Z_r})$$

На основе вышеизложенных, погрешность абсолютного значения и угла фаз:

$$\frac{|\Delta Z_0|}{|Z_0|} = \frac{1}{2} \left(\frac{|\Delta Z_{\bar{u}}|}{|Z_{\bar{u}}|} + \frac{|\Delta Z_r|}{|Z_r|} \right)$$

$$\Delta\varphi_{Z_0} = \frac{1}{2} (|\Delta\varphi_{Z_{\bar{u}}}| + |\Delta\varphi_{Z_r}|)$$

Таким образом, погрешность абсолютного значения и угла фазы волнового сопротивления является средним значением соответственных погрешностей импедансов холостого хода и короткого замыкания.

Коэффициенты затухания и фазы

$$\alpha = \frac{1}{2l} \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{Z_{\bar{u}}}{Z_r} + 1}}{\sqrt{\frac{Z_{\bar{u}}}{Z_r} - 1}} \right| \quad \beta = \frac{1}{2l} \arccos \frac{\sqrt{\frac{Z_{\bar{u}}}{Z_r} + 1}}{\sqrt{\frac{Z_{\bar{u}}}{Z_r} - 1}}$$

при замене*

$$\sqrt{\frac{Z_{\bar{u}}}{Z_r}} = y(\cos x + j \sin x)$$

* Переменные y и x в зависимости от коэффициента угла βl рассматриваются в Приложении.

после возможных упрощений

$$\alpha = \frac{1}{4l} \ln \frac{y^2 + 1 + 2y \cos x}{y^2 + 1 - 2y \cos x} \quad \beta = \frac{1}{2l} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2y \cdot \sin x}{1 - y^2}$$

Абсолютная погрешность коэффициентов затухания и угла составляет:

$$|\Delta\alpha| = \frac{y}{l} \cdot \frac{1}{|(y^2 + 1)^2 - 4y^2 \cos^2 x|} \left[|(1 - y^2) \cos x| \times \right. \\ \left. \times \frac{|\Delta y|}{y} + |(1 + y^2) \sin x| \cdot |\Delta x| \right] \\ |\Delta\beta| = \frac{y}{l} \cdot \frac{\left| (1 + y^2) \sin x \left| \frac{|\Delta y|}{y} + (1 - y^2 \cos x) \cdot |\Delta x| \right. \right|}{(1 - y^2)^2 + 4 \cdot y^2 \cdot \sin^2 x}$$

Погрешности $\frac{\Delta y}{y}$ и Δx в этих соотношениях можно выразить на основе первого определения функций y и x , а также Приложения:

$$\frac{|\Delta y|}{y} = \frac{|\Delta Z_0|}{|Z_0|} \\ |\Delta x| = |\Delta \varphi_{z_0}|$$

На основе вышеизложенных известно, что погрешность абсолютного значения измеренных импедансов, таким образом и погрешность y можно сделать постоянной, независимой от рабочей точки.

Для погрешности функции x можно доказать нижеследующее соотношение

$$|\Delta x| = \frac{1}{2} [\sin 2\varphi_{z_0} \cos 2x] \left(\frac{|\Delta R|}{R} + \frac{|\Delta C|}{C} \right) < \frac{1}{2} \left(\frac{|\Delta R|}{R} + \frac{|\Delta C|}{C} \right)$$

если $\varphi_{z_0} > 0$, или же $\varphi_{z_0} > x$. В противном случае роль φ_{z_0} и x меняется в соотношении.

Рассмотрим погрешность коэффициентов затухания и фазы в следующих специальных случаях:

$$\beta l = n \cdot \frac{\pi}{2} \quad \text{и} \quad x = 0$$

(см. ещё и Приложение).

Воспользуясь заменой $\alpha = q \cdot \beta$

$$|\Delta\alpha| = \frac{1}{2l} \operatorname{sh}(2\alpha l) \frac{|\Delta y|}{y}; \quad \frac{|\Delta\alpha|}{\alpha} = \frac{1}{q \cdot n \cdot \pi} \operatorname{sh}(q \cdot n \cdot \pi) \frac{|\Delta y|}{y}$$

$$|\Delta\beta| = \frac{1}{2l} \operatorname{sh}(2\alpha l) |\Delta x|; \quad \frac{|\Delta\beta|}{\beta} = \frac{1}{n \cdot \pi} \cdot \operatorname{sh}(q \cdot n \cdot \pi) \cdot |\Delta x|$$

При

$$l = \frac{\pi}{4} + k \cdot \frac{\pi}{2} \quad \text{т. е. при } y = 1$$

$$|\Delta\alpha| = \frac{1}{2l} \operatorname{ch}(2\alpha l) \cdot |\Delta x| \quad \frac{|\Delta\alpha|}{\alpha} = \frac{1}{q \left(\frac{\pi}{2} + k\pi \right)} \operatorname{ch} \left(q \left(\frac{\pi}{2} + k\pi \right) \right) |\Delta x|$$

$$|\Delta\beta| = \frac{1}{2l} \operatorname{ch}(2\alpha l) \cdot \frac{|\Delta y|}{y} \quad \frac{|\Delta\beta|}{\beta} = \frac{1}{\frac{\pi}{2} + k\pi} \operatorname{ch} \left(q \left(\frac{\pi}{2} + k\pi \right) \right) \frac{|\Delta y|}{y}$$

На основе вышеуказанных относительно погрешности коэффициента затухания и фазы можно определить следующее:

- чем меньше электрическая длина (γl или βl), тем больше значение y (в области $\beta l < \frac{\pi}{4}$), и так всё меньшими становятся упомянутые погрешности (y находится в знаменателе в четвёртой степени, в числителях — только в третьей степени);
- значения, полученные в выделённых точках через каждые 45° , определяют ход кривых погрешностей в области $\beta l \frac{\pi}{4}$, они имеют монотонно возрастающий характер; если

$$\sqrt{\frac{Z_{ii}}{Z_r}} \rightarrow 1,$$

т. е. $y \cong 1$ и $\alpha \cong 0$, что выполняется при не очень высоких частотах ($f < 10$ кГц) и при балластном сопротивлении, меньшим $5 \text{ ом} \cdot \text{км}$, при коэффициенте фазы

$$\beta l > \frac{\pi}{2}$$

имеем

$$\frac{|\Delta\alpha|}{\alpha} = \frac{|\Delta\beta|}{\beta} \rightarrow \infty$$

Абсолютное значение коэффициента распространения

$$|\gamma| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$$

его относительная погрешность

$$\frac{\Delta\gamma}{|\gamma|} = \frac{\alpha \cdot |\Delta\alpha| + \beta \cdot |\Delta\beta|}{\alpha^2 + \beta^2} = r' \frac{|\Delta\alpha|}{\alpha} + s' \frac{|\Delta\beta|}{\beta},$$

угол фазы

$$\varphi_\gamma = \text{arc tg } \frac{\beta}{\alpha},$$

погрешность угла фазы

$$|\Delta\varphi_\gamma| = \frac{\alpha \cdot |\Delta\beta| + \beta \cdot |\Delta\alpha|}{\alpha^2 + \beta^2} = t' \left(\frac{|\Delta\alpha|}{\alpha} + \frac{|\Delta\beta|}{\beta} \right).$$

Здесь характер значений r' , s' и t' является таким же как раньше r , s и t , только вместо φ_z подразумевается φ_γ .

В случае, считаемым экстремальным (напр. $f = 60$ кГц, $R_{\text{балласт}} = 100$ ом.км, железобетонные шпалы, $\varphi_\gamma = 86^\circ$), когда угол коэффициента распространения приближается к 90° :

$$\frac{|\Delta\gamma|}{|\gamma|} \Big|_{\varphi_\gamma \rightarrow 90^\circ} = \frac{|\Delta\beta|}{\beta},$$

т. е. погрешность коэффициента распространения в хорошем приближении определяется только погрешностью коэффициента фазы. Другой стороной вопроса является зависимость погрешности коэффициента затухания, которая зависит от таких же первичных параметров, как и погрешность коэффициента фазы, только по другому закону.

Самое низкое значение φ_γ , встречающееся при измерениях на частоте $f = 50$ Гц, оставляет независимо от величины сопротивления балласта 38° .

В интервале $50 \text{ Гц} < f < 2 \text{ кГц}$, в котором работает *подавляющее большинство рельсовых цепей*, $\varphi_\gamma \cong 45^\circ$, таким образом

$$\frac{|\Delta\gamma|}{|\gamma|} \cong |\Delta\varphi_\gamma| \cong \frac{1}{2} \left(\frac{|\Delta\alpha|}{\alpha} + \frac{|\Delta\beta|}{\beta} \right),$$

т. е. погрешности абсолютного значения и угла фазы равны между собой, а также равны и среднему значению погрешностей коэффициентов затухания и фазы. Следовательно, рассуждения относительно погрешностей коэффициентов затухания и фазы, приведённые выше, непосредственно можно применять для погрешности коэффициента распространения.

Погрешности первичных параметров

Первичные параметры выражаются через волновые параметры:

$$R = |Z_0| \cdot |\gamma| \cos(\varphi_{Z_0} + \varphi_\gamma)$$

$$L = \frac{1}{\omega} |Z_0| \cdot |\gamma| \sin(\varphi_{Z_0} + \varphi_\gamma)$$

$$G = \frac{|\gamma|}{|Z_0|} \cos(\varphi_\gamma - \varphi_{Z_0})$$

$$C = \frac{1}{\omega} \frac{|\gamma|}{|Z_0|} \sin(\varphi_\gamma - \varphi_{Z_0})$$

Относительная погрешность сопротивления петли:

$$\frac{|\Delta R|}{R} = \frac{|\Delta Z_0|}{|Z_0|} + \frac{|\Delta \gamma|}{|\gamma|} + (|\Delta \varphi_{Z_0}| + |\Delta \varphi_\gamma|) \cdot \operatorname{tg}(\varphi_{Z_0} + \varphi_\gamma).$$

Введём обозначения:

$$A = \frac{|\Delta Z_0|}{|Z_0|} + \frac{|\Delta \gamma|}{|\gamma|}$$

$$B = |\Delta \varphi_{Z_0}| + |\Delta \varphi_\gamma|$$

Так как

$$\operatorname{tg}(\varphi_{Z_0} + \varphi_\gamma) = \frac{\omega L}{R}$$

относительная погрешность сопротивления петли составляет

$$\frac{|\Delta R|}{R} = A + B \cdot \frac{\omega L}{R}$$

Относительная погрешность других первичных параметров:

$$\frac{|\Delta L|}{L} = A + B \frac{R}{\omega L}$$

$$\frac{|\Delta G|}{G} = A + B \frac{\omega C}{G}$$

$$\frac{|\Delta C|}{C} = A + B \frac{G}{\omega C}$$

Для последних двух выражений применялась замена

$$\operatorname{tg}(\varphi_{\gamma} - \varphi_{z_0}) = \frac{\omega C}{G}$$

Как видно, погрешность каждого первичного параметра содержит в себе сумму погрешностей абсолютного значения волновых параметров (А), что одновременно и является *возможной минимальной погрешностью первичных параметров*. При погрешности в 1% элементов моста, применяемых в измерительной схеме получается

$$A \approx 5\%.$$

В выражениях погрешностей сумма погрешностей угла фаз волновых параметров (В) умножается на коэффициент, содержащий первичные параметры и частоту.

Средние значения этих коэффициентов, определённые на основе измерений, представлены на фиг. 6. и 7.

Первый коэффициент в интервале $50 \text{ Гц} \leq f \leq 60 \text{ кГц}$ имеет значение

$$3,5 \leq \frac{\omega L}{R} \leq 54,5$$

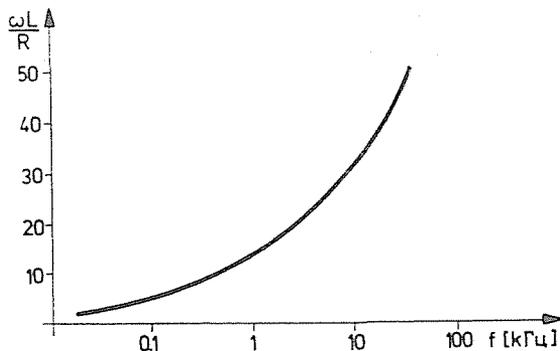


Рис. 6

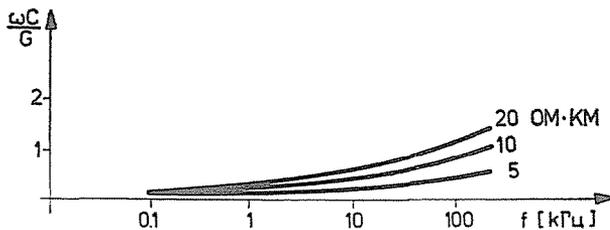


Рис. 7

и монотонно возрастает в зависимости от частоты. Его значение естественно не зависит от балластного сопротивления.

Значение второго коэффициента зависит как от частоты, так и от балластного сопротивления. По результатам измерений значение ёмкости является функцией обоих вышеуказанных параметров:

$$C = C(f, R_{\text{балласт}}).$$

В то же время измерения подтвердили наблюдения, что значение балластного сопротивления в рассматриваемом диапазоне в хорошем приближении не зависит от частоты.

При вышеуказанных условиях

$$50 \text{ Гц} \leq f \leq 60 \text{ кГц}$$

и

$$R_b = \frac{1}{G_b} < 100 \text{ ом} \cdot \text{км}$$

для деревянных шпал значение второго коэффициента составляет

$$0,03 < \frac{\omega C}{G} < 2,07$$

и монотонно растёт в зависимости от частоты и балластного сопротивления.

Для железобетонных шпал вследствие большей ёмкости коэффициент является большим, по сравнению с деревянными шпалами. Расхождение увеличивается при увеличении частоты и балластного сопротивления. В рассмотренном диапазоне:

$$0,05 < \frac{\omega C}{G} < 8.$$

При часто встречающихся отечественных случаях

$$50 \text{ Гц} \leq f \leq 1 \text{ кГц}$$

и

$$R_{\text{балласт}} < 5 \text{ ом} \cdot \text{км}$$

для деревянных и железобетонных шпал одинаково

$$\frac{\omega C}{G} < 0,1.$$

Опыты измерений

Ниже перечислим для ориентировки погрешности первичных параметров, рассчитанных по данным напольных измерений ($R_{\text{балласт}} \leq 5$ ом.км, максимальная частота — 60 кГц, погрешность измерительных сопротивлений составляет 1%, конденсаторов — 2%):

- погрешность *сопротивления петли* 20...120%, монотонно возрастает в зависимости от частоты;
- погрешность *индуктивности* составляет 5...9%, монотонно убывает в зависимости от частоты;
- погрешность *балластного сопротивления* или проводимости — 6...9%,
- погрешность *ёмкости* — 8...120%, монотонно убывает в зависимости от частоты.

В практике общей измерительной техники значение погрешностей, особенно погрешность сопротивления петли и ёмкости, велико. Однако, влияние значительных погрешностей на волновые параметры, рассчитанные из первичных параметров, составляет всего несколько процентов.

Приложение

Анализ функции $\text{cth } \gamma l$ с комплексным аргументом

На фиг. F1. изображены функции

$$y = \sqrt{\left| \frac{Z_{\bar{u}}}{Z_r} \right|} = |\text{cth } \gamma l| = \left| \frac{\text{sh } 2\alpha l - j \sin 2\beta l}{\text{ch } 2\alpha l - \cos 2\beta l} \right|$$

и

$$x = \frac{1}{2} (\varphi_{z\bar{u}} - \varphi_{zr}) = \text{arc} (\text{cth } \gamma l) = \text{arc tg} \frac{-\sin 2\beta l}{\text{sh } 2\alpha l}$$

в зависимости от параметра фазы βl [3].

Так как

$$\sqrt{\frac{Z_{\bar{u}}}{Z_r}} = \frac{Z_0}{Z_r} = \frac{Z_{\bar{u}}}{Z_0}$$

у показывает отношение волнового импеданса к импедансу короткого замыкания и холостого хода, x даёт разность фаз указанных импедансов.

Как по фиг. F1. видно,

$$y(\beta l) = y \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k \right) \Big|_{k=0,1,2,\dots} = 1,$$

т. е. в случае

$$\beta l = \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}$$

получим

$$|Z_{\bar{u}}| = |Z_r| = |Z_0|$$

Можно доказать, что

$$y(\beta l) = y\left(n \cdot \frac{\pi}{2}\right) \Big|_{n=1,2,\dots} = \left(\operatorname{cth} qn \frac{\pi}{2}\right)^{(-1)^n}$$

и

$$\frac{d\left[y\left(n \frac{\pi}{2}\right)\right]}{d(\beta l)} = \frac{d\left[\left(\operatorname{cth} qn \frac{\pi}{2}\right)^{(-1)^n}\right]}{d(\beta l)}$$

Здесь

$$q = \frac{\alpha}{\beta} = \operatorname{ctg} \varphi_\gamma$$

От коэффициента q зависит не только аргумент функции th и cth , ограничивающие функцию y , но и место и значение экстремумов y .

Место экстремальных значений y можно определить решением инжеследующего имплицитного уравнения:

$$\frac{q(\operatorname{sh} 4q\beta l) + \sin 4\beta l}{\operatorname{ch} 4q\beta l - \cos 4\beta l} = \frac{q(\operatorname{sh} 2q\beta l) + \sin 2\beta l}{\operatorname{ch} 2q\beta l - \cos 2\beta l}$$

Значение кривой

$$x = \operatorname{arc} (\operatorname{cth} \gamma l)$$

при $\beta l = 0$ после проведения соответствующих расчётов составляет

$$x(0) = - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{1}{q}\right)$$

видно, что при местах

$$x\left(n \frac{\pi}{2}\right) = 0,$$

т. е.

$$\beta l = n \frac{\pi}{2}$$

получим

$$\varphi_{z\bar{u}} = \varphi_{zr} = \varphi_{z0}.$$

Можно доказать, что

$$x\left(\frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}\right) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left[- \frac{(-1)^k}{\operatorname{sh} 2q \left(\frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}\right)} \right]$$

Место и значение экстремальных значений функции x также зависит от q . Место экстремумов даётся решением нижеследующего уравнения:

$$\operatorname{ctg} 2\beta l = q \operatorname{cth} 2q\beta l.$$

Экстремальное значение функции x уже в первом интервале

$$\frac{\pi}{2} < \beta l < \frac{3\pi}{4}$$

не превышает 1° , если $q > 1$, или же 5° , если $q > 0,7$.

Во втором интервале

$$\pi < \beta l < \frac{5\pi}{4}$$

$x < 4'$, если $q > 1$ и $x < 35'$, если $q > 0,7$, значит практически равняется нулю.

Фиг. F2. показывает ход значения коэффициента q в зависимости от частоты при путевом сооружении с деревянными шпалами и железобетонными шпалами, если балластное сопротивление $R_{\text{балласт}} = 0,8 \dots 5 \text{ ом.км.}$

Резюме

В статье показано, как можно определить максимальную ожидаемую погрешность измерений, далее волновых параметров, первичных параметров, рассчитанных по результатам измерений при трёх различных измерительных методах, служащих для измерения диагональных параметров рельсовых цепей. Эти погрешности вообще зависят от погрешностей элементов измерительной цепи и от рабочей точки. Анализируются специальные случаи, когда погрешность не зависит от рабочей точки или этой зависимостью можно пренебречь. Авторами определяется также теоретически возможный минимум погрешности первичных параметров. Конкретные практические указания на основе теоретических результатов служат снижению погрешности измерений.

Литература

1. ÁRVAY, L.—KUCZORAY, I.—TÓTHFALUSI, J.: Korszerű sínáramkörök I. Tankönyvkiadó, Budapest, 1966.
2. A szigeteltsínek hullámparamétereinek meghatározása a frekvencia és az előmágnesező áram függvényében. Kutatási jelentés. Készült a Budapesti Műszaki Egyetem Közlekedéstechnikai és Szervezési Intézetében Budapest, 1976.
3. GESZTI, P. O.: Villamosművek I. Tankönyvkiadó, Budapest, 1967.
4. OVÁDOVICS, J. Gy.: Gyakorlati számítási eljárások. Gondolat, Budapest, 1972.

д-р Геза Гарнай
Имре Клокницер
Ференц Паради

} Н-1092. Budapest, Kinizsi u. 1—7.