

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПЛОСКОЙ МОДЕЛИ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ВАГОНА

ЛЕ ВЬЕТ ЗАНГ и П. МИХЕЛЬБЕРГЕР
Кафедра Механики, Будапештского Технического Университета

Поступило 23 июня 1978 г.

I. Расчетная модель

В процессе динамического исследования, средства передвижения замещаются упрощенными моделями. При продольной нагрузке динамическая модель закрытого надстроечного железнодорожного вагона с точки зрения исследования в приближительном смысле рассмотрена упругой опорной, плоской конструкцией.

Будет рассмотрена применимая у железнодорожных вагонов простая конструкция трех продольных стержней. Для расчетной модели предполагаем, что продольные стержни снабжены элементами равной по действительной длине, дискретной конструкции, в которой, однако, поперечные, дискретной конструкции, в которой, однако, поперечные стержни замещаются сплошной распределенной упругой средой. Коэффициент γ_0 этой сплошной упругой среды [2]:

$$\gamma_0 = \frac{48 EI_k}{ba^3} \quad (1)$$

где EI_k — изгибная жесткость поперечного стержня,

b — ширина вагона,

a — расстояние между двумя поперечными стержнями.

В этом случае, полагая, что изгибная жесткость среднего продольного стержня конечна, изгибная жесткость двух крайних стержней (боковой стены железнодорожного вагона) бесконечна, значит, боковая стенка железнодорожного вагона рассматривается как твердое тело, но средний продольный стержень считается упругим стержнем (балкой). Модель из твердого тела и связанного с ним упругого стержня принимается приближением железнодорожного пассажирского вагона и закрытого грузового вагона (рис. 1).

В интересах заключения теоретических выводов эта модель принимается за плоскую.

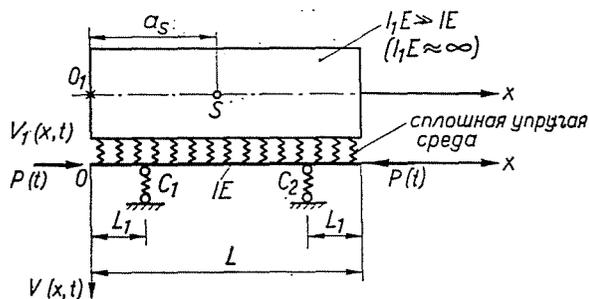


Рис. 1

II. Уравнение движения

Рассмотрим движение плоской модели под действием осевой динамической нагрузки, (рис 1). Балка нагружена осевой силой:

$$P(t) = P_0 + P_1 \Phi(t) = \alpha \bar{P}_0 + \beta \bar{P}_1 \Phi(t) \quad (2)$$

где α, β являются безразмерными параметрами, с точностью до которых заданы постоянная и переменная составляющие внешней нагрузки,

$\Phi(t)$ — функция времени.

При действии осевой силы конструкция колебается. Следовательно, интенсивность реактивной силы, установившейся в сплошной упругой среде между твердым телом и упругим стержнем, равна:

$$q(x, t) = \gamma_0 [v_1(x, t) - v(x, t)] \quad (3)$$

где $v_1(x, t), v(x, t)$ — динамическая кривая прогибов твердого тела и упругого стержня.

Кривую прогибов упругого стержня представим в виде ряда

$$v(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(t) y_k(x) \quad (4)$$

где $f_k(t)$ — обозначает пока еще неизвестную функцию времени;

$y_k(x)$ — поперечный прогиб данного упругого опорного стержня при k -той собственной частоте; следовательно, k -тый вид собственного колебания.

а) В процессе самостоятельного исследования плоского колебания твердого тела предполагаем, что твердое тело имеет две степени свободы, и его положение характеризуется двумя координатами — углом поворота φ и вертикальным перемещением v_s его центра тяжести; предположено, что горизонтальные перемещения невозможны. Обе координаты φ и V_s являются функциями времени:

$$\varphi = \varphi(t)$$

$$v_s = v_s(t)$$

В этом случае

$$v_1(x, t) = v_s(t) - (x - a_s) \varphi(t) \quad (5)$$

где a_s — координата центра тяжести твердого тела.

Исходя из указанных условий, определим уравнение движения твердого тела в виде матрицы:

$$\mathbf{S}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}_1\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(t) \quad (6)$$

где

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} M_0 & 0 \\ 0 & I_m \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} v_s(t) \\ \varphi(t) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{F}(t) = \gamma_0 \begin{bmatrix} \xi^* \\ \eta^* \end{bmatrix} \mathbf{f}.$$

M_0 — приведенная масса твердого тела,

I_m — момент инерции твердого тела относительно центральной оси, которая расположена перпендикулярно к плоскости чертежа.

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \gamma_0 l \\ a_{12} &= a_{21} = -\frac{\gamma_0}{2} (l^2 - 2a_s l) \\ a_{22} &= \frac{\gamma_0}{3} (l^3 - 3a_s l^2 + 3a_s^2 l) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi^* &= [\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots] \\ \eta^* &= [\eta_1, \eta_2, \eta_3, \dots] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi_i &= \int_0^l y_i(x) dx \\ \eta_i &= \int_0^l (a_s - x) y_i(x) dx \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

б) В процессе исследования плоского колебания, средний продольный стержень рассматривается упругим опорным стержнем, и дифференциальное уравнение его колебания запишется в виде:

$$L(x, t) = EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + P(t) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + k \frac{\partial v}{\partial t} + \gamma_0 v + q^*(x, t) - \gamma_0 v_1 = 0 \quad (10)$$

где $v_1(x, t)$, $v(x, t)$ — динамический прогиб твердого тела и упругого стержня; $EI = \text{const}$ — изгибная жесткость стержня;

$m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$ — распределенная инерционная сила, возникающая из колебания;

$P(t) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$ — распределенная сила, возникающая из осевой динамической нагрузки;

$k \frac{\partial v}{\partial t}$ — распределенная реактивная сила, возникающая из трения и демпферов;

$q^*(x, t)$ — эквивалентная распределенная сила, которая возникает у упругих опор;

$\gamma_0 v$ — распределенная реактивная сила сплошной упругой среды, которая возникает из динамического прогиба упругого стержня;

$\gamma_0 v_1$ — распределенная реактивная сила той же среды, которая возникает из динамического перемещения твердого тела.

Решение уравнения (10) представим в виде ряда (4):

Формы естественных колебаний, как известно, ортогональны и нормированы, что выражается соотношением:

$$\int_0^l m y_i(x) y_j(x) dx \begin{cases} = 1 & (i = j) \\ = 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (11)$$

Левая часть уравнения (10) обозначает уравновешенную систему сил, и к ней, таким образом, можно применить принцип виртуальных работ. Виртуальная работа уравновешенной системы сил равняется нулю. За виртуальные перемещения будем принимать формы собственных колебаний $y_j(x)$ ($j = 1, 2, 3, \dots$). Общую виртуальную работу получим интегрированием по всей длине стержня [5]:

$$\int_0^l L(x, t) y_j(x) dx = 0 \quad (12)$$

$(j = 1, 2, 3, \dots)$

После подстановки уравнений (10) и (4) в уравнение (12) и после упрощений получим

$$\int_0^l EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} \cdot y_j(x) dx = \omega_j^2 f_j(t)$$

где

$$\frac{d^4 y_k(x)}{dx^4} = \frac{m\omega_k^2}{EI} y_k(x)$$

ω_k — k -тая круговая частота собственных колебаний упругого опорного стержня.

$$\int_0^l P(t) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} y_j(x) dx = -\omega_j^2 \sum_{k=1}^{\infty} [\alpha a_{jk} + \beta \Phi(t) b_{jk}] f_k(t)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a_{jk} &= -\frac{\bar{P}_0}{\omega_j^2} \int_0^l \frac{d^2 y_k(x)}{dx^2} \cdot y_j(x) dx \\ b_{jk} &= -\frac{\bar{P}_1}{\omega_j^2} \int_0^l \frac{d^2 y_k(x)}{dx^2} \cdot y_j(x) dx \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

($j = 1, 2, 3, \dots$)

$$\int_0^l m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \cdot y_j(x) \cdot dx = \frac{d^2 f_j(t)}{dt^2};$$

$$\int_0^l k \frac{\partial v}{\partial t} \cdot y_j(x) \cdot dx = \omega_j^2 h_j \frac{df_j(t)}{dt};$$

где

$$h_j = \frac{k}{m\omega_j^2}, \quad (j = 1, 2, 3, \dots) \quad (14)$$

(k — коэффициент затухания);

$$\int_0^l \gamma_0 v(x, t) y_j(x) dx = \omega_j^2 g_j f_j(t)$$

где

$$g_j = \frac{\gamma_0}{m\omega_j^2}, \quad (j = 1, 2, 3, \dots) \quad (15)$$

Определим далее следующий член:

$$\int_0^l q^*(x, t) y_j(x) dx .$$

При колебании реактивная сила, возникающая из i -той упругой опоры, равна:

$$\frac{1}{c_i} v(a_i, t) \quad (16)$$

где a_i — координата i -той опоры;
 $v(a_i, t)$ — динамический прогиб стержня у i -той опоры;
 c_i (см/кг) — постоянная пружина i -той опоры (рис. 1).

По принципу виртуальных работ получим следующее отношение:

$$\int_0^l q^*(x, t) y_j(x) dx = \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i} v(a_i, t) y_j(a_i) \quad (17)$$

где n — число упругих опор ($n = 2$);
 $y_j(a_i)$ — динамический прогиб упругого стержня у i -той опоры, при j -той собственной частоте.

Из отношения (17) получим:

$$\int_0^l q^*(x, t) \cdot y_j(x) dx = \omega_j^2 d_j f_j(t)$$

где

$$d_j = \frac{1}{\omega_j^2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i} y_j^2(a_i) . \quad (18)$$

($j = 1, 2, 3, \dots$)

По отношению (5) последующий член равен:

$$\int_0^l \gamma_0 v_1(x, t) y_j(x) dx = \gamma_0 v_s(t) \xi_j + \gamma_0 \varphi(t) \eta_j \quad (j = 1, 2, 3, \dots)$$

где ξ_j, η_j — коэффициенты согласно (9).

Таким образом, подставляя полученные члены в уравнение (12), получим следующее матричное уравнение:

$$\begin{aligned} \mathbf{C} \frac{d^2 \mathbf{f}}{dt^2} + \mathbf{H} \frac{d\mathbf{f}}{dt} + [\mathbf{E} + \mathbf{D} + \mathbf{G} - \alpha \mathbf{A} - \beta \Phi(t) \mathbf{B}] \mathbf{f} = \\ = \mathbf{C} \xi \gamma_0 v_s(t) + \mathbf{C} \eta \gamma_0 \varphi(t) \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{1}{w_1^2} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \frac{1}{w_2^2} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \frac{1}{w_3^2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}; \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & h_2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & h_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}; \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & d_2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & d_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & g_2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & g_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & \dots \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & \dots \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}; \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ f_3(t) \\ \dots \end{bmatrix}; \tag{20}$$

$$\xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \vdots \end{bmatrix}; \quad \eta = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \vdots \end{bmatrix}.$$

Примем обозначения:

$$\mathbf{K} = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{H} \text{ — диагональная матрица,} \\ \Phi(t) = \mathbf{C}^{-1} [\mathbf{E} + \mathbf{D} + \mathbf{G} - \alpha \mathbf{A} - \beta \Phi(t) \mathbf{B}] \tag{21}$$

$\Phi(t)$ — симметричная матрица, зависящая от времени, после этого уравнение (19) примет вид

$$\frac{d^2 \mathbf{f}}{dt^2} + \mathbf{K} \frac{d\mathbf{f}}{dt} + \Phi(t) \mathbf{f} = \xi \gamma_0 v_s(t) + \eta \gamma_0 \varphi(t) \tag{22}$$

Из уравнений (6) и (22) получим, что система уравнений движения плоской конструкции, изложенной на рис. 1, примет вид:

$$\begin{bmatrix} M_0 & 0 & 0 \\ 0 & I_m & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{v}_s \\ \ddot{\varphi} \\ \ddot{\mathbf{f}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}_s \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\mathbf{f}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & -\gamma_0 \xi^* \\ a_{21} & a_{22} & -\gamma_0 \eta^* \\ -\gamma_0 \xi & -\gamma_0 \eta & \Phi(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_s \\ \varphi \\ \mathbf{f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{23}$$

где $\gamma_0 \xi^* \mathbf{f}$, $\gamma_0 \eta^* \mathbf{f}$ — реактивная сила и реактивный момент, которые возникают из деформации упругого стержня;

$\gamma_0 \xi \nu_s$, $\gamma_0 \eta \varphi$ — виртуальные работы, которые возникают из перемещений упругого стержня и из реактивных сил, возникающих из перемещений твердого тела в сплошной упругой среде.

Если центр тяжести твердого тела совпадает со средней точкой сплошной упругой среды, то согласно (7) коэффициент $a_{12} = a_{21}$ обращается в нуль, так как $a_s = l/2$

с) При определении начального условия движения плоской конструкции предполагаем, что относительное перемещение твердого тела в сплошной упругой среде больше, чем деформация стержня, т. е. в случае, когда $t = 0$, $v_1(x, 0) \gg v(x, 0)$ и $v(x, 0)$ не учитывается, полагая, что в начальный момент времени V_{s0} , φ_0 являются начальными — вертикальным и угловым — перемещениями центра тяжести твердого тела. В том случае, когда $a_s = l/2$, получим

$$v_{s0} = \frac{G_0}{\gamma_0 l}; \quad \varphi_0 = 0 \quad (24)$$

где G_0 — вес твердого тела.

Кроме этого полагая, что осевая динамическая нагрузка свободно действует на конструкцию, поэтому при отправлении скорость и угловая скорость центра тяжести твердого тела равны нулю:

$$\dot{v}_{s0} = 0, \quad \dot{\varphi}_0 = 0. \quad (25)$$

III. Решение уравнения движения (23). Колебательная амплитуда

Используя обобщенное собственное значение и обобщенный собственный вектор [3], можно доказать, что система (23) приведена к системе интегро-дифференциальных уравнений.

В том случае, когда центр тяжести твердого тела совпадает со средней точкой сплошной упругой среды, из системы (23) получим следующее интегро-дифференциальное уравнение в матричном виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{C} \frac{d^2 \mathbf{f}}{dt^2} + \mathbf{H} \frac{d\mathbf{f}}{dt} + [\mathbf{E} + \mathbf{D} + \mathbf{G} - \alpha \mathbf{A} - \beta \Phi(t) \mathbf{B}] \mathbf{f} = \\ = \sum_{i=1}^n \left[\mathbf{q}_i \cos \sqrt{\lambda_i} t + \mathbf{Q}_i \int_0^t \mathbf{f}(\tau) \sin \sqrt{\lambda_i} (t - \tau) d\tau \right] \end{aligned} \quad (26)$$

где $n = 2$ — число степени свободы твердого тела,
 $\sqrt{\lambda_i}$ ($i = 1, 2$) — частота собственных колебаний твердого тела,

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{q}_1 &= \mathbf{C} \xi \gamma_0 v_{s0}, \\ \mathbf{q}_2 &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{Q}_1 &= \mathbf{C} \xi \xi^* \frac{\gamma_0^2}{M_0 \sqrt{\lambda_1}}, \\ \mathbf{Q}_2 &= \mathbf{C} \eta \eta^* \frac{\gamma_0^2}{I_m \sqrt{\lambda_2}}. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

В том случае, когда $a_s = l/2$, параметрическое возбужденное поперечное колебание основной системы, составленной из упругого опорного стержня и сплошной упругой среды, описывается системой (26).

При наезде железнодорожных вагонов, продольная динамическая нагрузка, может быть, приблизительно выражается в следующей форме:

$$P(t) = P_{\max} \Phi(t) \quad (28)$$

В этом случае согласно (2) коэффициент α и β равен:

$$\alpha = 0, \quad \beta = \frac{P_{\max}}{P_1}.$$

Полагая, что $\Phi(t)$ является периодической функцией времени с периодом T , которую можно разложить в сходящийся ряд Фурье,

$$T = \frac{2\pi}{\theta} \quad (29)$$

где θ — частота внешней нагрузки.

Дальше положим $\bar{P}_0 = \bar{P}_1 = P_{\text{кмин}}$ ($P_{\text{кмин}}$ — наименьшая критическая сила упругого опорного стержня, которую вычислим с помощью метода деформаций), тогда согласно (13) $a_{jk} = b_{jk}$ ($\mathbf{A} = \mathbf{B}$).

Полученная система (26), строго говоря, является бесконечной. Однако, в дальнейшем мы ограничимся конечным числом уравнений, выбирая каждый раз это число в зависимости от требуемой точности вычислений ([4], стр. 255).

При использовании матриц первой степени достигаем точности, обычно достаточной для практических расчетов ([5], стр. 432).

Рассматривая, например, случай, когда $\mathbf{A} = [a_{11}]$,

$$\mathbf{D} = [d_1], \quad \mathbf{G} = [g_1], \quad \mathbf{C} = \left[\frac{1}{\omega_1^2} \right], \quad \mathbf{H} = [h_1]$$

из уравнения (26) получим следующее интегро-дифференциальное уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 f_1(t)}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{df_1(t)}{dt} + \Omega_1^2 [1 - 2\mu\Phi(t)] f_1(t) = \\ = f_0 \cos \sqrt{\lambda_1} t + A \int_0^t f_1(\tau) \sin \sqrt{\lambda_1} (t - \tau) d\tau \end{aligned} \quad (30)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \frac{k}{2m} \\ \Omega_1 &= \omega_1 \sqrt{1 + d_1 + g_1} \\ \mu &= \frac{\omega_1^2 \beta a_{11}}{2\Omega_1^2} \\ f_0 &= \xi_1 \gamma_0 v_{s0} \\ A &= \frac{\xi_1^2 \gamma_0^2}{M_0 \sqrt{\lambda_1}} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

В физическом смысле Ω_1 — первая собственная частота поперечных колебаний вышеуказанной основной системы.

С помощью вариационного метода Галеркина [1] решено уравнение (30). На основе решения уравнения (30) определим отношение между частотой продольной динамической нагрузки и амплитудой колебания упругого стержня.

IV. Пример

На основе рассмотренной методики выполнен расчет колебания действительного вагона. Данные вагона:

G	$= 50\,000$ кг	— вес вагона,
l	$= 2\,000$ см	— полная длина вагона,
l_1	$= 200$ см	— расстояние с конца стержня до упругой опоры,
I	$= 6\,000$ см ⁴	— момент инерции среднего продольного стержня,
I_k	$= 500$ см ⁴	— момент инерции поперечного стержня,
E	$= 2,1 \times 10^6$ кг/см ²	— модуль упругости,
a	$= 300$ см	— ширина вагона,
b	$= 100$ см	— расстояние между двумя поперечными стержнями,
k	$= 40$ кг сек/см	— коэффициент сопротивления демпферов,
f	$= 0,8, 1,2$ сек ⁻¹	— частота пружин, применяемых у различных железнодорожных вагонов.

Считаем, что удельная масса среднего продольного стержня вагона равна:

$$m = 0,1 \frac{G}{gl} = 0,00255 \text{ кг.сек/см}^2$$

$$(g = 981 \text{ см.сек}^{-2})$$

При самостоятельном расчете колебания и устойчивости среднего продольного стержня, получим значения γ , $P_{\text{кмин}}$, $\omega_{\text{мин}}$, a_{11} , d_1 , ξ_1 соответствующие различным частотам опорных пружин; (в таблице 1).

Таблица 1

f (сек $^{-1}$)	γ (кг/см)	$P_{\text{кмин}}$ (кг)	$\omega_{\text{мин}}$ (сек $^{-1}$)	a_{11}	d_1	ξ_1
0,8	643,8	136 773	7,8195	2,8094	0,1620	724,84
1,2	1448,6	291 290	8,1762	6,0283	0,0704	685,66

Здесь

γ — коэффициент жесткости пружин упругих опор,

$P_{\text{кмин}}$ — наименьшая критическая сила упругого опорного, среднего продольного стержня,

$\omega_{\text{мин}}$ — исходная круговая частота того же стержня,

a_{11} — коэффициент согласно (13),

d_1 — коэффициент согласно (18),

ξ_1 — коэффициент согласно (9).

Коэффициент γ_0 согласно (1) равен:

$$\gamma_0 = \frac{48 EI_k}{ba^3} = 18,69 \text{ кг/см}^2$$

Масса твердого тела (т. е. масса кузова вагона) равна:

$$M_0 = 0,9 \frac{G}{g} = 45,87 \text{ кг.сек}^2/\text{см}$$

На основе уравнения (6) определим, что собственная частота твердого тела в вертикальном направлении равна:

$$\sqrt{\lambda_1} = \sqrt{\gamma_0 l / M_0} = 28,546 \text{ сек}^{-1}$$

По формуле (31) определим первую круговую частоту Ω_1 собственных колебаний основной системы, составленной из упругого опорного среднего продольного стержня и сплошной упругой среды (в табл. 2).

Таблица 2

γ (кг/см)	Ω_1 (сек ⁻¹)
643,8	86,052
1448,6	86,055

В нашем случае $P_{\text{макс}} = \beta P_{\text{кмин}}$ и далее положим; например, $\Phi(t) = \sin \Theta t$, $\beta = 0,16$.

После определения всех указанных коэффициентов, и на основе решения уравнения (30) определим отношение между частотой внешней нагрузки и амплитудой поперечных колебаний среднего продольного стержня. Это отношение изображается на рис. 2.

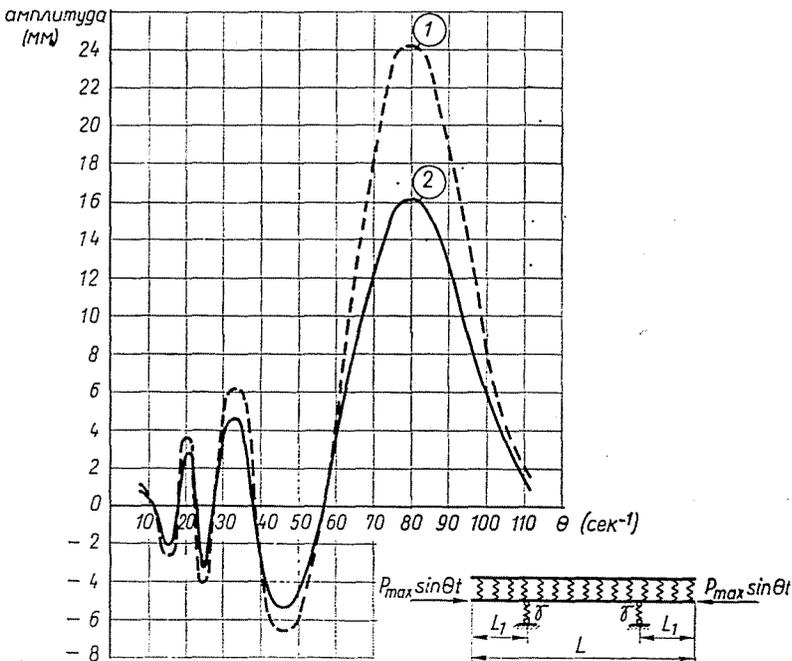


Рис. 2. График амплитуды

$L = 20\,000 \text{ см}; L_1 = 200 \text{ см}, I = 6000 \text{ см}^4$

$E = 2,1 \times 10^6 \text{ Кг/см}^2, \Omega = 86 \text{ сек}^{-1}, \sqrt{\lambda_1} = 28,5 \text{ сек}^{-1}$ ① $\gamma = 643,8 \text{ Кг/см}$, ② $\gamma = 1448,6 \text{ Кг/см}$

