

MODELLIERUNGSMÖGLICHKEITEN DER DURCH TROCKENE REIBUNG GEDÄMPFTEN SCHWINGUNGEN BEI DER LÄNGSDYNAMISCHEN UNTERSUCHUNG VON EISENBAHNZÜGEN

Von

K. HORVÁTH, A. GYÓRIK und I. ZOBORY

Lehrstuhl für Schienenfahrzeuge, Technische Universität, Budapest

Eingegangen am 2. Mai, 1979

1. Einleitung

Der Eisenbahnbetrieb erfordert die Untersuchung des Eisenbahnzuges als in Längsrichtungschwingungsfähiges System, da Geschwindigkeitserhöhung und Steigerung der Zuglasten immer mehr in den Vordergrund treten und Triebfahrzeuge und Wagen in Betrieb gestellt werden, welche die Ausübung intensiv veränderlicher Zug- und Bremskräfte ermöglichen. Diese Tatsache widerspiegelt sich auch darin, daß in den letzten Jahren in mehreren Veröffentlichungen die längsdynamischen Verhältnisse von Eisenbahnzügen analysiert wurden.

Bekanntlich tritt bestimmungsgemäß sowohl bei den herkömmlichen Seitenpuffern als auch bei den neu einzuführenden Mittelpufferkupplungen (z. B. bei der Ausbildung als Ringfeder) eine bedeutende trockene Reibung auf, die eine dämpfende Wirkung der Einrichtung sichert. Mathematische Behandlung und Untersuchung der bei trockener Reibung verlaufenden Schwingungsvorgänge bilden zentrale Probleme sowohl für die klassische Mechanik, als auch für die Anwendung derselben auf längsdynamische Probleme. Das erwähnte Problem tritt besonders im Falle von Zugmodellen mit mehreren Freiheitsgraden in den Vordergrund.

2. Das mechanische Modell der Verbindung zwischen den Fahrzeugen

Ohne die Allgemeinheit der Untersuchung einzuschränken werden nur die Stoßvorrichtungen untersucht, da sich die Verhältnisse bei den Zugvorrichtungen ganz ähnlich gestalten. Die Herstellerfirmen geben die mechanischen Kenngrößen der Stoßvorrichtungen mit vorgespannten Federn in der in Abb. 1 gezeigten Weise an, wo auf die senkrechte Achse die Stoßkraft F , auf die waagerechte Achse die Deformation Δx aufgetragen sind. Der obere Kurvenast gilt für eine positive Deformationsgeschwindigkeit $\Delta \dot{x} > 0$, der untere für $\Delta \dot{x} < 0$.

Bei $\Delta\dot{x} = 0$ kann der Deformation keine eindeutige Kraftwirkung zugeordnet werden, sondern diese kann innerhalb der schraffierten Fläche in der Senkrechten der Abszisse irgendeinen Wert annehmen, auch die Grenzpunkte inbegriffen. Aus dem Diagramm ist ersichtlich, daß bei einer einzigen Be- und

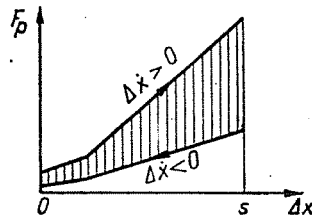
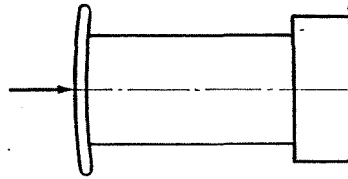


Abb. 1

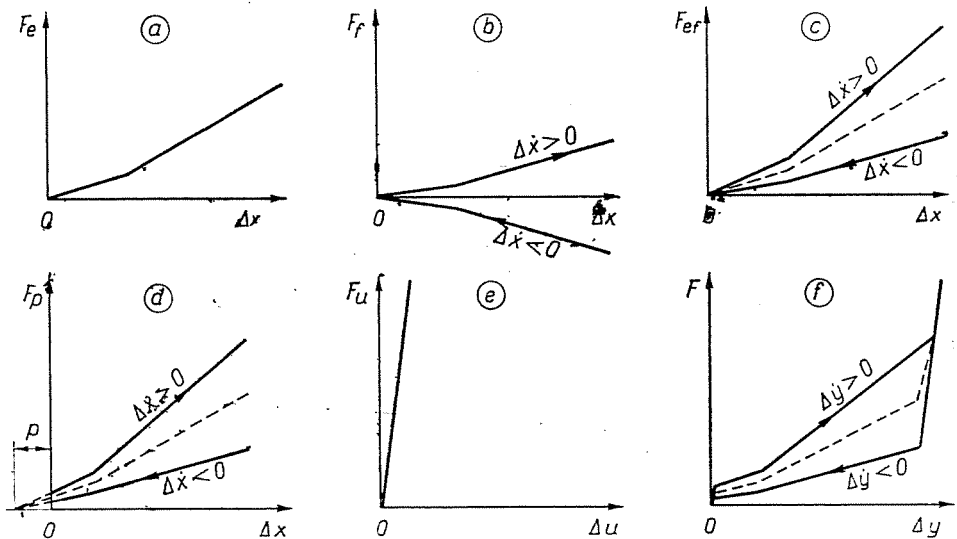


Abb. 2

Entlastung der Stoßvorrichtung ein Arbeitsverzehrung vor sich geht, der dem entsprechenden Teil der schraffierten Fläche zwischen den beiden Kurven proportional ist.

Der besseren Verständlichkeit halber ist es zweckmäßig zu sehen, wie das untersuchte zweiastrige Diagramm als Überlagerung der auftretenden

mechanischen Einflüsse entsteht, wie ferner das Diagramm in Abb. 1 unter Berücksichtigung der Fahrzeuguntergestellelastizität modifiziert wird.

Der Teil a) der Abb. 2 kennzeichnet mit abschnittsweise linearen Kennlinien die elastischen Eigenschaften der nicht vorgespannten Stoßvorrichtung. Der Teil b) gibt die infolge trockener Reibung auftretenden, zu positiven und negativen Deformationsgeschwindigkeiten gehörenden Dämpfungskräfte für den Fall an, wenn die Kräfte F_f der Federkraft F_e proportional sind.

Es soll darauf hingewiesen werden, daß bei $\Delta \dot{x} = 0$ die Reibungskraft allein in Kenntnis von Δx nicht eindeutig bestimmt ist, sondern aus den Resultierenden der wirkenden Kräfte auf ihren Verlauf geschlossen werden kann. Das Diagramm c) ergibt sich durch Aufeinanderlegen der Diagramme a) und b). Abb. d) zeigt den Einfluß der eingebauten Vorspannung. Die Vorspannung ruft der kräftefreien Lage gegenüber eine Anfangsdeformation p hervor, die mathematisch eine Verschiebung der Funktion $F_{ef}(\Delta x)$ nach links um den Wert bedeutet, also

$$F_p(\Delta x) = F_{ef}(\Delta x + p)$$

Somit wurde der Aufbau der Abb. 1 gezeigt, die Angabe der tatsächlichen Fahrzeugverbindungen erfordert aber weitere Überlegungen. Die Stoßvorrichtung überträgt die Belastungskraft auf das Fahrzeuguntergestell, das einer elastischen Deformation unterliegt. Somit kann das Untergestell als eine mit der Stoßvorrichtung in Reihe geschaltete Feder mit linearer Kennlinie betrachtet werden. Das Diagramm e) zeigt die durch das Untergestell aufgenommene Kraft F_u in Abhängigkeit von der Untergestelldeformation Δu .

Ausgehend von den Abb. e) und c) unter Berücksichtigung der Reihenschaltung der Stoßpuffer und des Untergestells, ist in Abb. f) die Änderung der durch das Stoßpuffer-Untergestell-System aufgenommenen Kräfte in Abhängigkeit von $\Delta y = \Delta x + \Delta u$ dargestellt.

Im weiteren setzen wir voraus, daß die resultierenden Kennlinien der zwischen zwei benachbarten Fahrzeugen befindlichen Stoßvorrichtungen bestimmt wurden, die Funktion $F = F(\Delta y, \Delta \dot{y})|_{\Delta \dot{y} \neq 0}$ also bekannt ist, wobei durch F die in der Fahrzeugverbindung auftretende resultierende Kraft, durch $\Delta y = y_2 - y_1$ die Differenz der Schwerpunktbewegungen zweier benachbarten Fahrzeuge und durch $\Delta \dot{y} = \Delta \dot{y}_2 - \Delta \dot{y}_1$ die Geschwindigkeitsdifferenz dieser Fahrzeuge bezeichnet sind.

In Abb. 3 wurde das Modell der mechanischen Verbindung zweier benachbarter Fahrzeuge gezeichnet, wobei die elastischen, die hubbegrenzenden und die gelenkigen Elemente sowie die Dämpfungselemente mit trockener Reibung bezeichnet wurden. Es ist ersichtlich, daß die Kraftübergabe nur über bedingte Verbindungen erfolgt, da die Stoßvorrichtungen nur Druck-, die Zugvorrichtungen nur Zugkräfte übertragen können. Wie schon am Anfang dieses Punktes bemerkt wurde, haben die Kennlinien der Zugvorrichtungen eine gleiche

Struktur wie die Stoßvorrichtungen, beim Zeichnen des resultierenden Diagramms einer Fahrzeugverbindung sollen aber die Deformationen und die Kräfte vorzeichenrichtig gewählt werden.

Im Teil a) der Abb. 4 wurde die resultierende Kennlinie der Fahrzeugverbindung für den Fall gezeichnet, wo die Zugspindel schon straff ist, zwischen

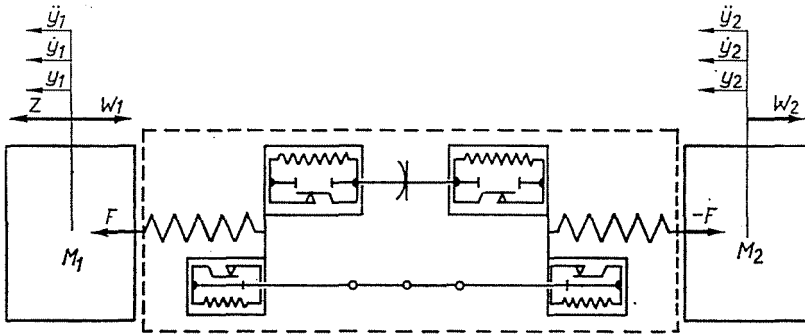


Abb. 3

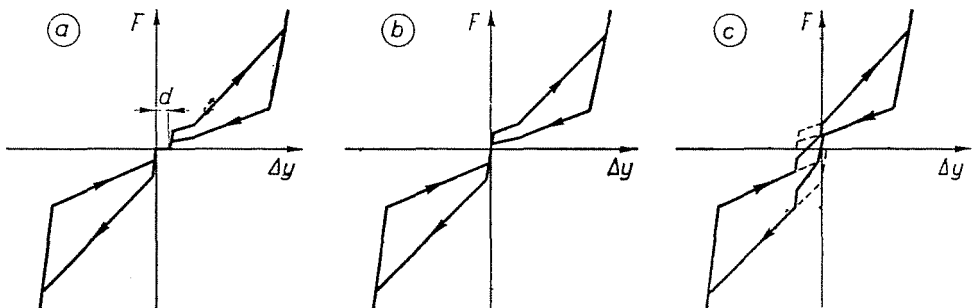


Abb. 4

den Puffertellern aber noch ein Abstand d gemessen werden kann (lose Verbindung). Der Abbildungsteil b) zeigt den Fall, in dem durch Anziehen der Zugspindeln eine kräftefreie Berührung der Stoßpuffer gesichert wird. Der Abbildungsteil c) bezieht sich auf den Fall, wo durch Anziehen der Zugspindeln die Federn der Zug- und Stoßvorrichtungen gegeneinander (über die Einbauspannungen hinaus) vorgespannt wurden.

Im weiteren beschränken wir uns auf die Untersuchung des Falles in Abb. c), da die Abbildungen a) und b) formmäßig Diagramme mit geschlossenem Bereich nur Spezialfälle darstellen, in denen die oberen und die unteren Kennlinienäste teilweise zusammenfallen.

Abb. 5 stellt die Verbindungskraftfunktion $F = F(\Delta y, \dot{\Delta y})|_{\dot{\Delta y} \neq 0}$ axonometrisch dar, und zeigt die Änderung der Verbindungskraft für die in der

Ebene $\{\Delta y, \Delta \dot{y}\}$ liegenden Trajektorie t (Phasenkurve). Daraus ist die Problematik der oberen und unteren Kennlinienäste ersichtlich, wonach im Falle $\Delta \dot{y} = 0$ die während der eingezeichneten Übergänge a_i, b_i auftretenden Verbindungskräfte nur auf Grund weiterer Überlegungen hergeleitet werden

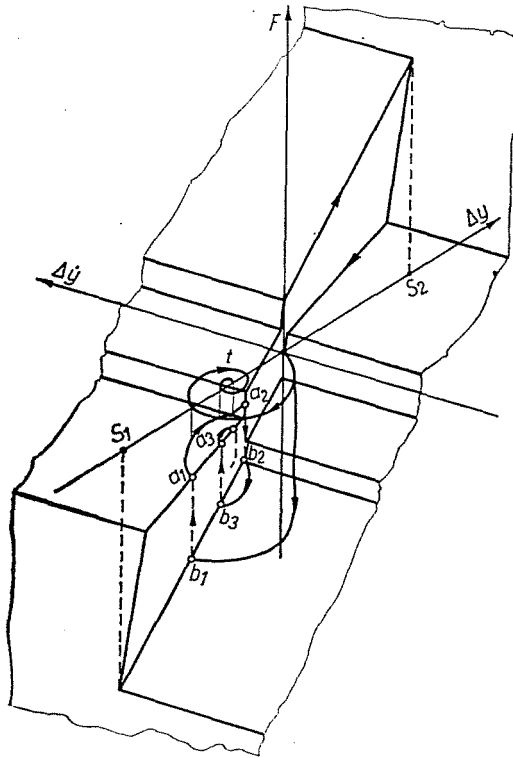


Abb. 5

können. Hier soll bemerkt werden, daß die skizzierte Trajektorie die in Abb. 3 gezeigten Bewegungsverhältnisse eines aus zwei Fahrzeugen bestehenden Systems für den Fall formgetreu darstellt, wenn auf die Masse M_1 eine plötzlich auftretende und danach stationär werdende Zugkraft wirkt. Die Widerstandskräfte W_1 und W_2 wurden dabei auf die in der Fahrdynamik übliche Weise [1] berücksichtigt. In Kenntnis der auf die Massen wirkenden Kräfte werden die Bewegungsverhältnisse des aus zwei Massen bestehenden Zugmodells durch die Lösung bei gegebenen Anfangswerten des Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned}
 M_1 \ddot{y}_1 &= Z + F - W_1 = Z(t) + F(\Delta y, \Delta \dot{y}) - W_1(\dot{y}_1, (\Sigma F_{i1})) \\
 M_2 \ddot{y}_2 &= -F - W_2 = -F(\Delta y, \Delta \dot{y}) - W_2(\dot{y}_2, (\Sigma F_{i2}))
 \end{aligned}
 \quad (1)$$

beschrieben. Wegen der Nichtlinearität von F und W kann im allgemeinen nur eine numerische Lösung in Frage kommen.

Die Verbindungskraftfunktion $F(\Delta y, \Delta \dot{y})$ in (1) ist den Überlegungen in Abb. 5 gemäß nur bei $\Delta \dot{y} \neq 0$ eindeutig, angenommen, daß die Hublängen der Stoß- und Zugvorrichtungen noch nicht erschöpft sind. Es handelt sich also um einen durch die Relationen $s_1 \leq \Delta y \leq s_2$ und $\Delta \dot{y} = 0$ begrenzten Unstetigkeitsbereich. Damit ist es klar, daß die Angabe in irgendeiner Weise der im Unstetigkeitsbereich auftretenden Kraftwirkungen das zentrale Problem der Lösung des Differentialgleichungssystems darstellt.

3. Möglichkeiten zur Herleitung der Verbindungskräfte im Unstetigkeitsbereich

Im weiteren werden die charakteristischen Methoden in der Literatur der Längsdynamik überblickt und vergleichend ausgewertet. Schließlich wird eine den physikalischen Inhalt des Vorganges besser berücksichtigende neue Methode dargelegt.

a) Die klassische Mechanik nimmt an, daß der Übergang durch den Unstetigkeitsbereich während eines Zeitintervalls $\Delta t = 0$ erfolgt. Dementsprechend werden durch die Lösung von (1) die ermittelten Lösungsfunktionen an den Unstetigkeitsstellen zeitlich stetig aneinander angeschlossen [2]. Diese Methode eignet sich in erster Linie für die Untersuchung einfacher, spezieller Probleme (z. B. einfacher Stoß), für die Analyse von Problemen bei längeren Zügen ist sie aber wegen der erforderlichen großen Anzahl von Falltrennungen und der Unregelmäßigkeit der auftretenden Erregerkräfte weniger anwendbar. Es soll auch bemerkt werden, daß sich diese Methode in dieser einfachen Form für die Angabe der Verbindungskraftwerte zwischen den beiden Ästen des Verbindungskraftdiagramms nicht eignet.

b) Da im allgemeinen für die Lösung von (1) eine numerische Methode verwendet wird und Zugmodelle mit einer großen Fahrzeuganzahl nur mit Hilfe einer Rechenanlage behandelt werden können, ist ein Ausschuchen der Unstetigkeitsstellen nur nach einem iterativen Verfahren möglich. Das numerische Verfahren ermöglicht zwar die Untersuchung der Vorgänge mit unregelmäßigem Verlauf, durch die große Anzahl des erforderlichen Falltrennungen wird aber die Maschinenzeit erhöht. Diese Methode liefert auch nicht die Kraftwerte zwischen den beiden Kurvenästen; die Behandlung der zu der relativen Ruhestellung gehörenden Kraft erfordert weitere energetische Überlegungen.

c) Eine formale Lösung des Problems wird durch die Berechnungsmethode gegeben, die im Unstetigkeitsbereich die Verbindungskraft willkürlich mit den Werten des einen Kurvenastes oder mit einem dazwischenliegenden Wert

definiert [3]. Als Begründung für diese heuristische Verfahren kann genannt werden, daß dadurch wenn z. B. dem Unstetigkeitsbereich die Werte des oberen Kurvenastes zugeordnet werden, in gewissen Fällen größere Kraftwirkungen als die wirklichen berücksichtigt werden und man somit hinsichtlich der maßgebenden Längskräfte auf der sicheren Seite ist. Abb. 6 zeigt den

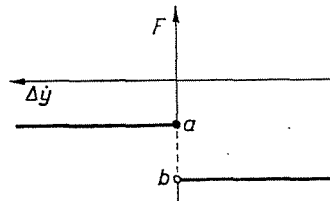


Abb. 6

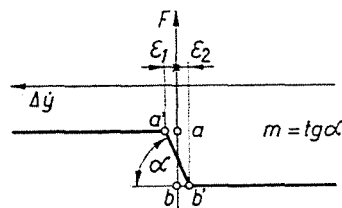


Abb. 7

Schnitt, der die Funktion $F = F(\Delta y, \Delta \dot{y})$ darstellenden Ebene (Abb. 5), der mit Hilfe einer zu der Ebene $\{\Delta \dot{y}, F\}$ parallelen Schnittebene hergeleitet wurde. Die Abbildung zeigt den Fall, wo die Schnittebene bei $\Delta \dot{y} < 0$ den zu dem zwischen den Kennlinienästen liegenden Übergang gehörenden Abschnitt \overline{ab} enthält. Aus der Abbildung ist auch zu erkennen, daß durch das beschriebene Verfahren zu $\Delta \dot{y} = 0$ der mit dem Punkt a gekennzeichnete Kraftwert zugeordnet wird.

d) Für die andere Gruppe der Lösungen ist kennzeichnend, daß nach Abb. 7 der senkrechte Übergang \overline{ab} durch eine die Punkte a' und b' verbindende steile Gerade angenähert wird. Mathematisch bedeutet dieses Verfahren die Erfüllung der Lipschitz-Bedingung, die für die eindeutige Lösung von (1) eine hinreichende Bedingung ist. Der Übergang endlicher Steilheit zwischen den Punkten a' und b' bedeutet, daß die Funktion $F = F(\Delta y, \Delta \dot{y})$ im gesamten Deutungsbereich (in der Ebene $\{\Delta y, \Delta \dot{y}\}$) stetig ist und mit Ausnahme einer Nullmenge die Bedingungen

$$\left| \frac{\partial F'}{\partial \Delta y} \right| \leq K_1 \quad \text{und} \quad \left| \frac{\partial F}{\partial \Delta \dot{y}} \right| \leq K_2$$

erfüllt werden. Dadurch wird auch die Lipschitz-Bedingung erfüllt.

— Die einfachste Art des Überganges entsteht, wenn der senkrechte Abschnitt \overline{ab} durch den steilen Abschnitt $\overline{a'b'}$ ersetzt wird. Um die zu den dazwischenliegenden Punkten des Abschnittes $\overline{a'b'}$ gehörenden Kraftwerte abzuleiten, muß die Geradengleichung von $\overline{a'b'}$ bekannt sein, die mit den die Punkte a und b bestimmenden Kräften und mit den Geschwindigkeitsgrenzen $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ gekennzeichnet ist.

— Wenn ε_1 und ε_2 festgelegte konstante Werte sind, hängt die Richtungstangente von $\overline{a'b'}$ vom Wert $\Delta\dot{y}$ ab. Diese Näherungsmethode wird in [4] und [5] angewendet. Wenn $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$, kann der beschriebenen Näherung auch eine physikalische Bedeutung beigelegt werden, da bei $|\Delta\dot{y}| \leq \varepsilon$ die Verhältnisse des Überganges gleich denen der Flüssigkeitsdämpfung sind. In

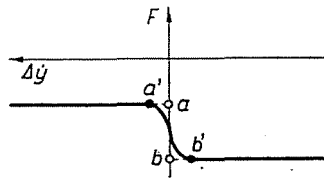


Abb. 8

diesem Fall wird nämlich durch das Näherungsverfahren der Stellung $\Delta\dot{y} = 0$ gerade die elastische Kraft zugeordnet. Einem Spezialfall der symmetrischen Geschwindigkeitsgrenzen entspricht das Verfahren, welches für die elastische Kraft durch den entsprechenden Punkt (durch den Halbpunkt von \overline{ab}) zu jedem $\Delta\dot{y}$ eine Gerade gleicher Richtungstangente annimmt; in diesem Fall gilt $\varepsilon = f(\Delta\dot{y})$ [6]. Es soll bemerkt werden, daß die numerische Stabilität der für den linearen Übergang verwendbaren Methoden von der Wahl von $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ und m stark abhängt.

— Abb. 8 sichert den Übergang zwischen den Punkten a' und b' durch eine stetig differenzierbare Funktion. Auf den betrachteten Punkt bezogen, ist für die elastische Kraft die Annahme einer zentral-symmetrischen Kurve üblich, die meistens durch Parabelstücke oder transzendente Funktionen realisiert wird. Das Forschungsteam der ORE wendet eine Parabel dritten Grades an [4].

e) Die Grundidee eines von den obengenannten abweichenden Berechnungsverfahrens läßt die klassische mechanische Betrachtungsweise zur Geltung kommen, nach welcher ein durch eine Reibungskraft verbundenes System solange im Gleichgewicht bleibt, bis die Resultierende der äußeren Kräfte kleiner als die durch Reibung übertragbare Grenzkraft oder gleich dieser ist. Diese Grenzkraft ist, wie bekannt, gleich dem Produkt aus dem Reibwert und der auf die Fläche senkrechten Druckkraft. Bei den längsdynamischen Untersuchungen wurde diese Überlegung für die Herleitung der im Fahrzeugge-

schwindigkeitsbereich Null gültigen Fahrwiderstände verwendet [1]. Im weiteren soll überblickt werden, wie die genannte Grundidee im Falle des elementaren Zugmodells für die Berechnung der infolge der Verbindungen zwischen den Fahrzeugen auftretenden Reibungskräfte bzw. für die Lösung des Überganges zwischen den beiden Ästen des Verbindungskraftdiagramms verwendet werden kann.

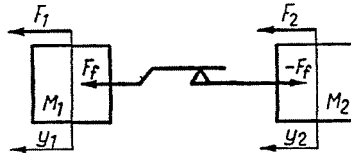


Abb. 9

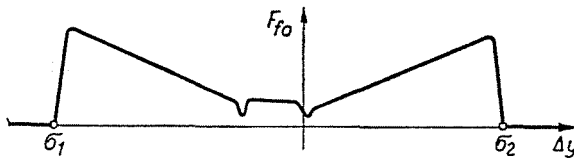


Abb. 10

Für die weitere Untersuchung wird die schon in Abb. 3 gezeigte komplizierte Fahrzeugverbindung in Abb. 9 in zweckmäßigerer Form gezeigt. Zwischen den beiden Massen wurde eine die Übertragung einer trockenen Reibungskraft kennzeichnende Verbindung eingezeichnet. Die Summe der auf die Massen wirkenden weiteren Kraftwirkungen wurde mit den Kräften F_1 und F_2 angenommen. In Verbindung mit der durch trockene Reibung übertragenen Kraft F_f soll auf Abb. 2b hingewiesen werden, wo die beiden Kennlinienäste den Bereich der übertragbaren Reibungskräfte begrenzen. Es ist offensichtlich, daß auch für den Fall des vollständigen Verbindungskraftdiagramms nach Abb. 5 eine Kennlinie $F_{f0} = f(\Delta y)$ gezeichnet werden kann, die wie in Abb. 2b den Absolutwert der Reibungsgrenzkkräfte darstellt (Abb. 10). Für die dargestellte Kennlinie wird vorausgesetzt, daß $F_{f0} > 0$, wenn $\sigma_1 \leq F_{f0} \leq \sigma_2$. Es soll erwähnt werden, daß bei den numerischen Berechnungen die außerhalb des Intervalls $[\sigma_1, \sigma_2]$ verschwindende Reibungskraft mit einem vernachlässigbar kleinen positiven Wert realisiert wurde. In ähnlicher Weise kann in solchen Fällen auch vorgegangen werden, wo im Intervall $[\sigma_1, \sigma_2]$ eventuell verschwindende Reibungskräfte auftreten.

Aus dem Gesagten folgt, daß die durch Reibverbindung tatsächlich übertragene Kraft in der Form $F_f = \varphi F_{f0}$ berechnet werden kann, wobei φ als der Ausnutzungsfaktor der Reibung bedeutet wird, für dessen Größe

$-1 \leq \varphi \leq 1$ gilt. Das Bewegungsgleichungssystem des Modells nach Abb. 9 ergibt sich zu

$$\begin{aligned} F_1 + \varphi F_{f_0} &= M_1 \ddot{y}_1 \\ F_2 - \varphi F_{f_0} &= M_2 \ddot{y}_2 \end{aligned} \quad (2)$$

Aus den Bewegungsgleichungen ist ersichtlich, daß für die Herleitung der mechanischen Systemkennwerte die Werte von φ in Abhängigkeit von der Zeit und dem Systemzustand bekannt sein müssen. Ist $\Delta \dot{y} \neq 0$, gilt $\varphi = \text{sign } \Delta \dot{y}$, es handelt sich also um eine relative Bewegung bei voller Ausnutzung der Reibungsgrenzkraft. Für die Untersuchung des Falles $\Delta \dot{y} = 0$ ergibt sich aus (2) die relative Beschleunigung $\Delta \ddot{y}$ zu:

$$\Delta \ddot{y} = \ddot{y}_2 - \ddot{y}_1 = \frac{1}{M_2} (F_2 - \varphi F_{f_0}) - \frac{1}{M_1} (F_1 + \varphi F_{f_0}). \quad (3)$$

Zuerst soll die durch gleichzeitige Erfüllung von $\Delta \dot{y} = 0$ und $\Delta \ddot{y} = 0$ gekennzeichnete relative Ruhestellung untersucht werden. In diesem Falle erhält man wegen $\Delta \dot{y} = 0$ aus (3) den Ausdruck:

$$\varphi = \left(\frac{F_2}{M_2} - \frac{F_1}{M_1} \right) \frac{M_1 \cdot M_2}{(M_1 + M_2) F_{f_0}}.$$

In Worten ausgedrückt: die Sicherung der relativen Ruhestellung der Verbindung erfordert die Realisierung dieses φ -Wertes. Ergibt sich $|\varphi| \leq 1$, besteht tatsächlich das Gleichgewicht, während $|\varphi| > 1$ darauf hinweist, daß eine größere absolute Kraft als die maximal mögliche Kraft F_{f_0} erforderlich wäre; da aber die in der Verbindung auftretende Reibungskraft den Wert der Grenzkraft F_{f_0} nicht überschreiten darf, indiziert der letztere Fall bei $\Delta \dot{y} = 0$ eine relative Systembeschleunigung ($\Delta \ddot{y} \neq 0$). Das Gesagte in Formeln ausgedrückt, ergibt sich:

$$\varphi = \begin{cases} \text{sign } \Delta \dot{y}, & \text{wenn } \Delta \dot{y} \neq 0 \\ \left(\frac{F_2}{M_2} - \frac{F_1}{M_1} \right) \frac{M_1 \cdot M_2}{(M_1 + M_2) F_{f_0}}, & \text{wenn } \Delta \dot{y} = 0 \text{ und} \\ & \left| \left(\frac{F_2}{M_2} - \frac{F_1}{M_1} \right) \frac{M_1 \cdot M_2}{(M_1 + M_2) F_{f_0}} \right| \leq 1 \\ \text{sign } \left(\frac{F_2}{M_2} - \frac{F_1}{M_1} \right) \frac{M_1 \cdot M_2}{(M_1 + M_2) F_{f_0}}; & \text{wenn } \Delta \dot{y} = 0 \text{ und} \\ & \left| \left(\frac{F_2}{M_2} - \frac{F_1}{M_1} \right) \frac{M_1 \cdot M_2}{(M_1 + M_2) F_{f_0}} \right| > 1 \end{cases} \quad (4)$$

Die im Ausdruck für φ vorkommenden Größen nach ihren unabhängigen Variablen ausgedrückt, erhält man schließlich die Funktion:

$$\varphi = \varphi(t, \dot{y}_1, \dot{y}_2, \Delta y, \Delta \dot{y}),$$

in deren Kenntnis das Anfangswertproblem des Differentialgleichungssystems (2) numerisch gelöst werden kann. Das beschriebene Verfahren ermöglicht die Berechnung der Bewegungskenngrößen und der Verbindungskräfte auch bei einer relativen Geschwindigkeit $\Delta \dot{y} = 0$. Bei numerischen Berechnungen soll die Bedingung $\Delta \dot{y} = 0$ durch die Bedingung $|\Delta \dot{y}| \leq \varepsilon$ ersetzt werden, wobei ε wesentlich kleiner sein kann, als die im Falle d) gewählten Schranken ε_1 und ε_2 , und ihre Anwendung wegen der Zahldarstellungsweise der Rechenanlage erforderlich ist. Es soll bemerkt werden, daß die für das elementare Zugmodell beschriebenen Methoden für einen beliebig langen Zug verallgemeinert werden können, mit zunehmender Anzahl der Massen tritt aber bei der Berechnung der Verbindungskräfte auch ein algebraisches Problem auf. Eine ausführliche Lösung letzterer Frage ist in [7] zu finden.

f) Nach Versuchen an in der Praxis verbreiteten Zug- und Stoßvorrichtungen mit Ringfeder [8] [9] bleibt die Deformation Δy während des Überganges zwischen beiden Kennlinienästen nicht konstant, sondern sie ist mit guter Näherung eine lineare Funktion der durch die Vorrichtung aufgenommenen Kraft. Diese Funktion kann durch eine sehr steile Gerade dargestellt werden. Daraus folgt, daß während des Überganges zwischen den beiden Kennlinienästen $\Delta \dot{y}$ nicht unbedingt gleich Null ist, und bei impulsförmigen Kraftwirkungen einen beträchtlichen Wert annehmen kann. Bei einer einzigen Fahrzeugverbindung gilt für die unter Berücksichtigung der Fahrzeuguntergestellelastizität erhaltenen resultierenden Verbindungskraftdiagramme (Abb. 4) noch mehr, daß der Übergang zwischen den beiden Kennlinienästen durch eine steile Gerade beschrieben werden, und $\Delta \dot{y}$ während des Überganges auch einen von Null unterschiedlichen Wert annehmen kann. Auf Grund des Gesagten wurde das folgende Verfahren ausgearbeitet.

Der Einfachheit halber wird diese Methode bei Beachtung der Stoßvorrichtungskennlinie gezeigt. In die axonometrische Skizze in Abb. 11 wurde das zu den Werten $\Delta y \geq 0$ der Verbindungskraftfunktion gehörende Diagramm eingezeichnet. Die in der Ebene $\{\Delta y, \Delta \dot{y}\}$ angenommene Trajektorie t , stellt die durch eine die Stoßvorrichtung plötzlich belastende und danach beharrende Druckkraft hervorgerufene Bewegung formgetreu dar. Da bei dem Übergang zwischen den beiden Kurvenästen auch $\Delta \dot{y} \neq 0$ vorkommen kann, werden die auftretenden Kräfte durch Aufnahme einer auf die Ebene $\{F, \Delta y\}$ senkrechten, steilen Ebene hergeleitet. (Diese Ebenen werden mit $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ bezeichnet.) Die Steilheit der Ebenen wird einerseits durch die Kennlinien der Stoßvorrichtung (8), andererseits durch die Untergestellelastizität (s. Abb.

2e) bestimmt. Die Anwendung der Ebenen α_i ist durch die auf Messungen beruhende Tatsache begründet, daß die übertragene Kraft während des Überganges nur von der Bewegung abhängt.

Die Ebenen α_i müssen die Punkte der in der Ebene $\{F, \Delta y\}$ liegenden Kennlinienäste beinhalten, die beim Erreichen der Zustände $\Delta \dot{y} = 0$ realisiert

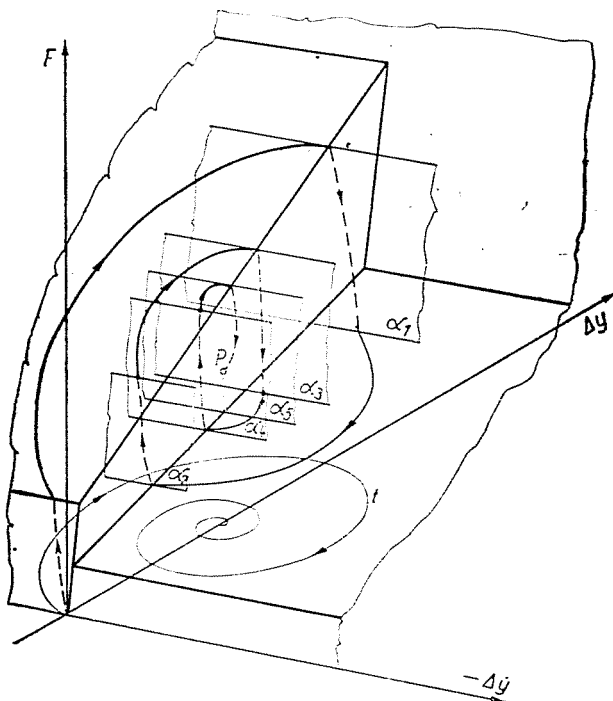


Abb. 11

werden. Für die Berechnung sind von den unendlich vielen vorhandenen Ebenen α_i nur jene von Interesse, welche die bei der untersuchten Bewegung tatsächlich auftretenden Übergänge beschreiben. In der Abbildung wurden die Flächenkurven der während der untersuchten Bewegung auftretenden Verbindungskräfte, die zu den Übergängen gehörenden Ebenen $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_5$ und der zu dem Gleichgewichtszustand des Systems gehörende, in der Ebene α_5 liegenden Punkt P dargestellt. Aus der Abbildung ist ersichtlich, daß während der Übergänge, also die gestrichelten Linien entlang $\Delta \dot{y}$ nicht unbedingt einen Wert gleich Null hat.

Bei der numerischen Lösung des die Fahrzeugbewegung beschreibenden Differentialgleichungssystems wird das Gesagte so angewendet, daß das Richtungsfeld in jedem Schritt durch die Aufnahme der entsprechenden α -Ebenen

auf die etwaige Durchführung des Kennlinienüberganges vorbereitet wird. Durch maschinelle Berechnungen wurde die Anwendbarkeit dieser Methode für längsdynamische Untersuchungen nachgewiesen.

4. Schlußfolgerungen und Probleme

In diesem Beitrag wurden alle — den Verfassern — bekannten Berechnungsverfahren überblickt, die bei Fahrzeugverbindungen mit trockener Reibung für die Behandlung des Überganges zwischen den beiden Ästen der Verbindungskraftkennlinien gebräuchlich sind. Von diesen scheinen für längsdynamische Berechnungen von Zügen die in Abschnitt 2 unter d), e) und f) beschriebenen Methoden geeignet zu sein. Ein Vergleich der nach den einzelnen Methoden erhaltenen numerischen Ergebnisse miteinander und mit Meßergebnissen erfordert weitere Untersuchungen und soll der Gegenstand einer späteren Veröffentlichung sein.

Folgende Probleme sind nicht zu untersuchen:

1. Berücksichtigung des Umstands, daß die Grenzkräfte der ruhenden und Gleitreibung unterschiedlich sind.
2. Abhängigkeit der Lage des resultierenden Verbindungskraftdiagramms von der Art der durch die Zugspindel übertragenen Vorspannung.
3. Zweckmäßigste Berücksichtigung der Werkstoffdämpfung in den Abschnitten des Verbindungskraftdiagramms wo keine trockene Reibung auftritt (Sicherung der Herausbildung des Gleichgewichtszustandes).

Zusammenfassung

Die Herleitung der auftretenden Kräfte bei einer Relativgeschwindigkeit gleich Null der benachbarten Fahrzeuge bildet die Schlüsselfrage für die Untersuchung der längsdynamischen Probleme von Zügen. Infolge der in den Stoß- und Zugvorrichtungen auftretenden trockenen Reibung sind die Funktionen die in der Fahrzeugverbindung auftretenden Kräfte angeben bei einem Teil der Relativgeschwindigkeitswerte gleich Null unstetig. Diese Eigenschaft macht die Integration der Bewegungsgleichung umständlich. Der Beitrag gibt einen Überblick über den Aufbau des Fahrzeugverbindungsdigramms und bewertet die Methoden in der Fachliteratur, die für die Lösung des Überganges durch den Übergangsbereich dienen; auf dieser Grundlage wird eine den physikalischen Hintergrund des Vorganges besser berücksichtigende neue Methode angegeben.

Literatur

1. HORVÁTH, K.: Analysis of time dependent transient phenomena of nonlinear coupled swinging systems of variable structure and conditional connections. Proceedings of 5th VSD — 2nd IUTAM Symposium, Vienna, September 19–23, 1977.
2. HOCHMUTH, A. — WENDE, D.: Fahrdynamik der Landfahrzeuge Transpress Verlag Berlin, 1968.
3. REICH, O. — RIECK, K. D.: Das Brems-, Löse- und Anfahrproblem von langen Zügen mit Mittelpufferkupplungen. Wissenschaftliche Zeitschrift der HfV Dresden, 19 (1972) H. 3.
4. REICH, O.: Persönliche Mitteilung. 11. 10. 1977.

- 5: Ein Verfahren zur Berechnung der längsdynamischen Kenngrößen eines maximal 180 achsigen Eisenbahnzuges, zusammengesetzt aus Wagen mit übergehenden Zugvorrichtungen Forschungsbericht des Lehrstuhls für Schienenfahrzeuge der TU Budapest, 1978.*
6. HORVÁTH, K.: Längsdynamische Untersuchung der Anfahrvorgänge von mit zwei Lokomotiven bespannten Reisezügen. Wissenschaftliche Zeitschrift der HfV Dresden, 25 (1978) H. 2.
7. GRZESIKIEWICZ, W.: Zadania algebraiczne występujące przy analizie układów mechanicznych z tarciem suchym. Pojazdy szynowe Nr 1/1978.
8. Versuche mit Zug- und Stoßeinrichtungen mit Bügel Bauart RINGFEDER Reihe 1402. Mitteilungen aus der Versuchsanstalt RINGFEDER GmbH. Nr. 3/1970.
9. Die Schmiertechnik der RINGFEDER. Teil 1. Mitteilungen aus der Versuchsanstalt RINGFEDER GmbH. Nr. 1/1972.

Prof. Dr. Károly HORVÁTH }
Dr. Albert GYŐRIK } H-1521 Budapest
Dr. István ZOBORY }

* In ungarischer Sprache