

# DIE DIMENSIONIERUNG VON MASCHINEN UND TRAGSYSTEMEN FÜR DYNAMISCHE BEANSPRUCHUNGEN, I

Von

G. RUDNAI

Lehrstuhl für Mechanik, Technische Universität, Budapest

Eingegangen am 22. November 1976

## Einleitung

### *Technische Lebensdauer*

Der Gebrauch von Maschinen und anderen mechanischen Gebilden wird nicht nur durch das Veralten infolge des technischen Fortschritts — das Erscheinen neuerer, im Gebrauch vorteilhafterer Produkte — begrenzt. Mit der Zeit wird jedes Gerät durch den Betrieb und äußere Einflüsse unbrauchbar und hat dann nur noch historischen Wert. Dieser Prozeß wird durch Gebrauch beschleunigt, durch Instandhaltung und Reparatur verzögert. Die Brauchbarkeit aller Konstruktionen ist eine Funktion ihres Dienstalters.

Die Zeitdauer, nach der eine Konstruktion unbrauchbar wird, ist ihre Lebensdauer. Da die weitaus meisten Geräte nicht gleichmäßig fortlaufend, sondern mit Unterbrechungen und Lastschwankungen gebraucht werden, wird die Lebensdauer in der Regel nicht in Zeiteinheiten gemessen, sondern in anderen, für den Betrieb kennzeichnenden Einheiten, wie z. B. die Zahl der Umdrehungen, bei Fahrzeugen die zurückgelegte Wegstrecke, oder die Anzahl der vorgekommenen Beanspruchungen einer bestimmten Größe.

Die Lebensdauer von Maschinen und anderen Gebilden ergibt sich durch die dialektische Wechselwirkung ihrer Konstruktionseigenschaften einerseits, und der äußeren Einwirkungen — darunter der Art der Beanspruchung — andererseits. Beide Faktoren kann man wiederum in mehrere Komponenten aufteilen, die für sich jeweils in weiten Grenzen veränderlich sind.

Wenn wir die Lebensdauer bei Zimmertemperatur betrachten (und vom Fließen absehen, das nur bei höheren Temperaturen Bedeutung gewinnt), sind die drei wichtigsten Fremdwirkungen die Folgen der mechanischen Reibung: der *Verschleiß*, der chemischen Einflüsse: die *Korrosion*, sowie das Schwanken der Belastung, das ein Versagen der Konstruktion verursachen kann. Schließt man Unfälle und andere unvorhergesehene, zufällige Gewalteinwirkungen oder Überlastung aus, dann ist die Hauptfolge der Belastungsschwankung die *Ermüdung* der Konstruktion. Diese ist natürlich nicht gleich der Ermüdung

von Lebewesen, die sich nach dem Aufhören der Belastung wieder ausruhen können. Die Ermüdung von Konstruktionen ist ein irreversibler, nicht heilbarer Prozeß, der deshalb zu besonderer Vorsicht zwingt.

Bezüglich der Dauerhaftigkeit von Geräten sind jene Fälle besonders gefährlich, in denen die erwähnten drei Fremdwirkungen — oder auch nur zwei von ihnen — gemeinsam auftreten. An Stellen mit Reibung kann z. B. die besonders gefürchtete Reibkorrosion auftreten. Schwierige Probleme stellt die Bekämpfung der Korrosionsermüdung und der Reibungsermüdung. Diese komplexen Vorgänge wollen wir hier jedoch nicht behandeln.

### *Die Ermüdung von Maschinen*

Bemerkenswerterweise geht die Schädigung in allen drei erwähnten Fällen von der Oberfläche der betroffenen Teile aus. So kann die Lebensdauer durch eine der Eigenart des Angriffes angepaßte — jeweils unterschiedliche — Oberflächenbehandlung erheblich verlängert werden. Während jedoch der Verschleiß nur die Oberfläche angreift und auch nur die interkristalline Art der Korrosion (bei der die Korngrenzen die angegriffene Oberfläche darstellen) eine Tiefenwirkung hat, dringt die Wirkung der Ermüdung stets in das Innere und ist derart vielseitig, daß es bis heute nicht gelungen ist, ihren Mechanismus vollständig aufzuklären. Obwohl die Ermüdung heutzutage eine der meist gepflegten Gebiete der technischen Forschung ist (bisher sind weit über 10 000 Aufsätze darüber erschienen), besteht noch keine Aussicht auf einen allseits befriedigenden Abschluß des Problems. Die Analyse der Ermüdung wird nämlich durch den Umstand außerordentlich erschwert, daß Art und Maß ihrer Wirkung durch viele gleichwertige Faktoren beeinflusst werden, die von einander unabhängig sind; keiner dieser Faktoren hat gegenüber den übrigen einen dominierenden, den Vorgang bestimmenden Einfluß.

Vorgänge, bei denen zu jedem Wert der unabhängigen Veränderlichen ein je nach den Umständen verschiedener Zufallswert gehört, nennt man zufallsmäßige oder stochastische Prozesse. Die Ermüdung ist ein solcher typisch stochastischer Vorgang, und kann als solcher nur mit den auf der Wahrscheinlichkeitsrechnung beruhenden Mitteln der mathematischen Statistik behandelt werden.

### *Der Vorgang der Ermüdung*

Bei der Untersuchung der technischen Ermüdung kann man bereits auf Grund der Anschauung drei wesentliche Problemkreise unterscheiden:

- den zeitlichen Verlauf der äußeren Lasten;
- das hierdurch im Tragsystem erzeugte Kräftespiel;
- die Reaktion der Konstruktion: die Tragfähigkeit.

### *Der Lastverlauf*

Die Belastung ist niemals ruhend. Sie ändert sich nur in begrenzten Fällen so wenig (z. B. bei Bauwerken), daß sie für die Bemessung als unverändert betrachtet werden kann (nötigenfalls auf Kosten eines gewissen Sicherheitszuschlages). Trotzdem wird dieses Vorgehen im Maschinenbau recht oft angewandt, da es besonders einfach ist. Dabei ist bei Maschinen selbst ein Fall selten, in dem die Belastung, sich periodisch auf gleiche Art wiederholend, stationär schwankt. Annähernd entspricht dem z. B. etwa die mechanische Belastung der Turbogeneratoren von Kraftwerken, deren Drehzahl — abgesehen von den kurzen Anlauf- und Auslaufperioden — sehr genau konstant gehalten wird. Eine ruhende Last ist nur der angenäherte Grenzfall der im allgemeinen wechselnden Belastung.

Bei den meisten Maschinen, insbesondere bei Fahrzeugen, schwankt die Belastung unregelmäßig — instationär —, sie wird durch sehr viele zufällige Umstände beeinflusst. Dies kann auch bei vielen Tragwerken, z. B. Brücken der Fall sein. Der zeitliche Ablauf der Belastungen ist in solchen Fällen ebenfalls ein stochastischer Vorgang, die Größe der jeweiligen Last ist zufallsbedingt, sie kann nicht im Voraus bestimmt werden, ist ungewiß.

Unsere Kenntnis des instationären Kräftespiels ist gegenwärtig leider auf den meisten Gebieten sehr unzureichend. Am gründlichsten erforscht ist das Lastspiel der Luftfahrzeuge, da bei diesen die Gewichtsersparnis nicht nur wirtschaftlich erwünscht, sondern zu ihrem Funktionieren unerläßlich ist. Die Luftfahrzeuge müssen daher am genauesten, mit dem geringsten Gewichtsaufwand und trotzdem sicher dimensioniert werden. Bei anderen Fahrzeugen, bei Kränen, landwirtschaftlichen Maschinen und anderen bewegten Objekten bleibt aber noch eine Menge zu tun, um das Lastspiel zu klären, obwohl die Massenkräfte auch bei diesen vermindert werden können und so nicht nur ihre Herstellung, sondern auch ihr Betrieb wirtschaftlicher gestaltet werden kann.

### *Das Kräftespiel im Tragsystem*

Mit den auf jahrhundertealter Tradition gegründeten Methoden der Statik kann die durch ruhende Lasten im Inneren von Körpern und mechanischen Gebilden hervorgerufene Kräfteverteilung verhältnismäßig einfach verfolgt werden. Das Newtonsche Gesetz des Gleichgewichts kann nach d'Alembert — wenn man die Massenkräfte als Lasten ansetzt — auch auf sich bewegende Gebilde angewandt werden, falls man von der Änderung des Bewegungszustandes absehen kann. Man könnte naheliegenderweise annehmen, daß das Gleichgewichtsprinzip in jedem einzelnen Zeitpunkt für sich — differentiell — auch für wechselnd belastete Gebilde gilt, sofern ihr Reaktionsmechanismus unverändert bleibt. Die Belastung und die Beanspruchung von Gebilden stehen

dann in einem funktionellen (»deterministischen«) Zusammenhang, der genügend aufgeklärt ist.

Die statische Betrachtung des Gleichgewichts reicht jedoch für die Beschreibung des dynamischen Kräftespiels nicht aus. Mechanische Gebilde sind in Wirklichkeit nicht starr oder nur elastisch, sondern sie haben auch eine nicht zu vernachlässigende Dämpfung. Sobald das Wechseln der Lasten so schnell vor sich geht, daß ihm das Kräftespiel nicht mehr überall im Gebilde synchron folgen kann, hört die eindeutige Proportionalität von Belastung und Beanspruchung auf. Als Folge der Elastizität treten auch Schwingungen auf, die die Proportionalität besonders in der Nähe der Resonanzstellen ebenfalls stark verzerren können.

Da diese Zusammenhänge sehr kompliziert und praktisch noch nicht genügend geklärt sind, betrachtet man beim zeitgemäßen Dimensionieren das dynamische Verhalten der Gebilde zunächst noch als funktionell (deterministisch) bestimmt. Die Forschungen zielen auf die Klärung der Gesetzmäßigkeiten der Beanspruchung von Gebilden als Funktion ihrer Erregung mit stochastischen Belastungen. Als Folge eines stochastischen Vorganges schwankt auch die Beanspruchung stochastisch.

### *Die Tragfähigkeit*

Die Reaktion eines mechanischen Gebildes auf eine veränderliche Beanspruchung ist gleichfalls ein recht verwickelter Vorgang. Bereits zu Anfang des 19. Jahrhunderts wurde man darauf aufmerksam, daß ein mehrfaches Schwanken der Beanspruchung die Tragfähigkeit stark herabsetzen kann. Dies untersuchte WÖHLER nach 1858 und stellte den Zusammenhang von Tragfähigkeit und Lebensdauer fest. Seither stellte sich heraus, daß dieser Zusammenhang nicht eindeutig ist, sondern von zahlreichen Umständen abhängt. Zwischen diesen Umständen gibt es keine dominierende Ursache, es handelt sich also wieder um einen stochastischen Vorgang. Ohne Zweifel wird aber die Ermüdung durch irgendeine Veränderung des Werkstoffes hervorgerufen, aus dem das Gebilde besteht. Daher ist das Kennenlernen der Veränderungen im Werkstoff von grundlegender Bedeutung und auch das am meisten untersuchte Problem.

Am bekanntesten und wohl einflußreichsten sind diejenigen Faktoren — es gibt mehrere —, die ungleiche Dehnungen, damit Spannungsspitzen oder steile Spannungsgradienten verursachen. Man darf bei Ermüdungsbeanspruchungen niemals eine gleichmäßige Spannungsverteilung über dem Querschnitt voraussetzen, bzw. mit durchschnittlichen Nominal-Spannungen rechnen. Die Spannungsverteilung wird durch die Ausbildung und Herstellung der Einzelteile und ihrer Verbindungen bestimmt, dies ist somit der zweitwichtigste der Problemkreise der Tragfähigkeit.

Außerdem gibt es jedoch noch recht viele weitere Einflüsse: solche der Umgebung (Verschleiß, Korrosion), die Art der Beanspruchung und Frequenz ihrer Wiederholung, sowie eine Anzahl weiterer, auf die wir später zurückkommen. Außer dem Verlauf der Belastung ist auch die Reaktion der Gebilde demnach ein durch die Wechselwirkung zahlreicher zufallsbedingter Faktoren bestimmter stochastischer Vorgang.

So kann es nicht überraschen, daß die Wirkung der Ermüdungsbeanspruchungen (und daß Ergebnis jeder Ermüdungsprüfung) eine recht erhebliche Streuung aufweist, und daß man bei der technischen Lebensdauer von Maschinen usw. nur deren wahrscheinlichen Wert vorherbestimmen kann, nicht aber die jeweilige Lebensdauer eines bestimmten Exemplars.

### *Wissensgrundlagen*

#### *Begriffe und Sätze der Statistik*

Bei dynamischen Beanspruchungen handelt es sich immer um stochastische Prozesse, so daß das wichtigste Kapitel der Mathematik die mathematische Statistik ist, deren Definitionen und Formeln in der einschlägigen Fachliteratur [1–5] ausführlich und präzise behandelt und leicht auffindbar sind.

Von besonderer Bedeutung beim Gebrauch der Statistik ist die Wahl der anzuwendenden Verteilungsart. Die meistverbreitete und am einfachsten zu behandelnde ist die zweiparametrische Gauss'sche oder Normalverteilung, die für die in Frage kommenden Berechnungen der Festigkeit oder der Lebensdauer auch geeignet ist, soweit man nur auf den Mittelwert und die Standardabweichung neugierig ist. Im Gegensatz zu den Festigkeitseigenschaften ist jedoch ihr Wertebereich positiv und negativ unbegrenzt. Insbesondere die Berücksichtigung der den Tatsachen entsprechenden unteren Wertgrenze  $x_0$  ist deshalb meist angebracht.

Eine solche dreiparametrische Verteilungsfunktion hat zuerst WEIBULL [6] empirisch aufgestellt. Später haben FREUDENTHAL und GUMBEL [7] bewiesen, daß diese Funktion durch statistische Analyse der Verteilung der Grenzwerte (Maxima und Minima) der Veränderlichen gewonnen werden kann. Eine ähnliche Formel erhielt fast gleichzeitig mit ihnen ODING [8] bei der Untersuchung der Metallerüdung auf Grund der Theorie der Versetzungen (Dislokationen). Man kann daher zurecht behaupten, daß die *Weibull-Verteilung* (Abb. 1)

$$P(x) = 1 - \exp \left[ - \frac{x - x_0}{x_e - x_0} \right]^k$$

zur Beschreibung von Festigkeitsvorgängen gut brauchbar ist. In der Formel ist  $x_e$  der Wert, für den  $P(x_e) = 1 - 1/e = 0,632$  beträgt und  $k$  ein für die Form

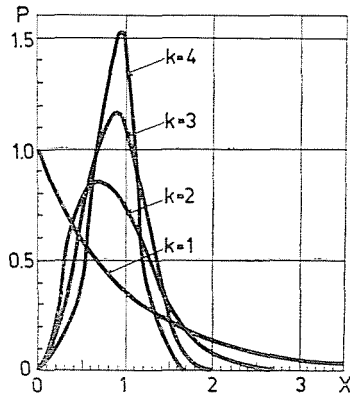


Abb. 1

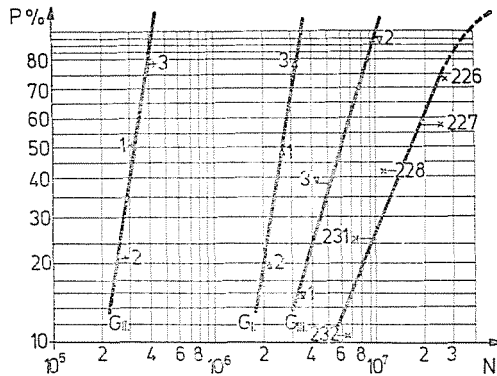


Abb. 2

der Verteilungskurve bezeichnender Exponent. Die Kurve schmiegt sich von der Exponentialfunktion für  $k = 1$  über die Rayleigh-Verteilung für  $k = 2$  bis zu einer nahezu normalen Verteilung für  $k = 3,57$  einer breiten Vielfalt der praktisch vorkommenden Verteilungen gut an.

Die Mühseligkeit der Bestimmung des dritten Parameters  $x_0$  kann durch ein Computer-Programm oder den Gebrauch eines durch zweimaliges Logarithmieren der Ordinate erzeugten *Weibull-Papiers* überwunden werden, auf dem die richtige Kurve als Gerade erscheint (Abb. 2). Vor der Aufarbeitung müssen die Daten nach WEIBULL [28] oder JOHNSON [9] geordnet werden (»Order statistics«).

### Die Ermüdung der Werkstoffe

Die Abnahme der Tragfähigkeit der Maschinen und Tragsysteme mit der Zeit ist in erster Linie der Umwandlung, der Schädigung ihrer Werkstoffe zu-

zuschreiben. Die Ermüdung ist die Schädigung die durch Belastungsschwankungen verursacht wird. Seit WÖHLER (1819–1914) richtet sich die Forschung auf diesem Gebiet in erster Reihe auf das Verhalten der Werkstoffe unter Ermüdung.

### Die Wöhler-Kurve

Wöhler stellte die Höchstspannungen als Funktion der Lebensdauer  $\sigma = f(N)$  dar. Dies ist grundsätzlich auch heute noch die Darstellungsart der Wöhlerkurve. Der Wechsel der Belastungen wird als harmonisch (z. B. regelmäßig sinusförmig) angesehen, für die die im Prüfkörper periodisch erzeugte Höchstspannung  $\sigma$  maßgebend ist. Außer der symmetrischen Wechselbelastung — bei der das Maximum und das Minimum der Lastschwankung entgegengesetztes Vorzeichen, aber gleiche Größe hat — unterscheidet man meist getrennt die Schwellbelastung, bei der der Absolutwert des Minimums der Schwankung Null ist. Natürlich kann durch Superposition von verschiedenen großen konstanten und periodischen Belastungen jede gewünschte Lastschwankung erzeugt werden.

Im Laufe der Aufarbeitung des während mehr als hundert Jahren gewonnenen Versuchsmaterials ergab sich, daß es nicht nur übersichtlicher, sondern wegen der Schadensakkumulation, der Anhäufung der Schädigung im Inneren der Metalle auch richtiger ist, statt der herkömmlichen Darstellung die halblogarithmische  $\sigma = f(\lg N)$  zu wählen, d. h. die Abszisse in logarithmischem Maßstabe aufzutragen. Bedenkt man, daß bei der Bemessung die Überschreitung der Fließgrenze  $\sigma_F$  unzulässig ist und schneidet den Oberteil der Wöhlerkurve in dieser Höhe ab, so bleibt eine Ermüdungskurve (Abb. 3), die annähernd aus drei, einander schneidenden Geraden besteht.

Der linke Abschnitt der Kurve in Höhe  $\sigma_F$  erstreckt sich bis zu  $N =$

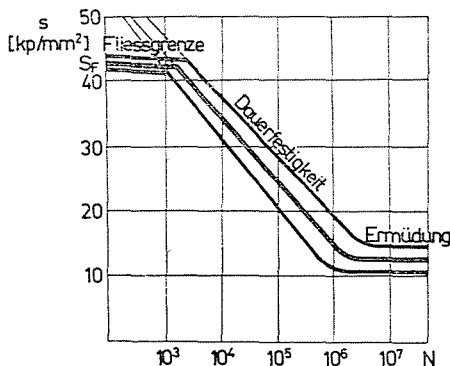


Abb. 3

=  $10^2 \dots 10^3$  Schwingungen und erfaßt den Bereich, in dem jede Schwingung infolge Überschreitung der Fließgrenze eine plastische Formänderung erzeugt. So kann man Bleche oder Drähte durch Hin- und Herbiegen leicht zerbrechen.

Die hierzu rechts anschließenden — glatt ineinander übergehenden — beiden Abschnitte bilden die eigentliche Wöhlerkurve. Der erste — mittlere — fällt nach rechts steil ab; hier ist ein Bruch nach der ablesbaren Schwingungszahl (Lebensdauer) mit Gewißheit zu erwarten. Dieser Abschnitt reicht bis etwa  $N = 5 \cdot 10^6$  Schwingungen und ist der Bereich der Dauerfestigkeit, (im Englischen neuerdings »low cycle fatigue« genannt). Beim folgenden, dritten Abschnitt ist das Gefälle so gering, daß man ihn früher für horizontal ansah und »Ermüdungsgrenze«  $\sigma_E$  nannte, da bei darunter liegenden Belastungen ein Ermüdungsbruch niemals einträte. Wir werden später sehen, daß man von einer Grenze nur in Ausnahmefällen zurecht reden darf, daß aber bei der Dimensionierung das Gefälle der Kurve in diesem Abschnitt meist vernachlässigt werden kann.

Zum Dimensionieren hat man also eine Ermüdungskurve nötig. Es ist aber keineswegs einfach, diese Kurve aufzunehmen, da man die große Streuung der Meßwerte selbst mit den präzisesten Verfahren und mit der gewissenhaftesten Arbeit nicht vermeiden kann. Zweifellos ist nämlich die innere Schädigung der Werkstoffe ebenfalls ein stochastischer Prozeß. Die Streuung der Lebensdauer  $N$  ist schon in Höhe der Fließgrenze auffallend, mit dem Absinken des Spannungsniveaus zur Ermüdungsgrenze hin kann sie jedoch mehrere Größenordnungen erreichen. Erheblich, um Größenordnungen geringer, ist die zu einer bestimmten Lebensdauer gehörige Streuung der Spannungsniveaus  $\sigma$ , was die Wöhlersche Darstellung  $\sigma = f(N)$  rechtfertigt. Leider kann man aber nur den Reziprokwert  $N = f(\sigma)$  messen, da man das Spannungsniveau vorher nicht derart einstellen kann, daß der Bruch genau zur bestimmten Zeit erfolge. Die in der Literatur veröffentlichten Werte stammen daher — abgesehen von seltenen Ausnahmen — von Versuchen, bei denen die Spannung, seltener die Dehnung stufenweise konstant gehalten wurde, und die Schwingungen der Beanspruchung sich stationär wiederholten.

Aus alledem folgt, daß die richtige Darstellung der Ermüdung statt einer einzelnen Kurve ein Streufeld aufweist, vgl. (Abb. 4), in dessen Mitte die herkömmliche Wöhlerkurve die Bruchwahrscheinlichkeit von 50% darstellt, bei der gerade die Hälfte der Prüflinge gebrochen ist. Da bei einer vorausgesetzten Gauss'schen (normalen) Verteilung das Streufeld sowohl nach oben als nach unten unbegrenzt ist, deutet man dessen Breite mit Linien kleiner ( $P = 5\%$  oder  $10\%$ ) und großer ( $P = 95\%$  oder  $90\%$ ) Bruch bzw.  $1 - P$  Überlebenswahrscheinlichkeit an. Es ist ersichtlich und muß schon hier betont werden, daß ein Ermüdungsversuch die Aufnahme vieler Meßpunkte nötig macht. *Eine nur nach 5 bis 6 Meßpunkten bestimmte »Wöhlerkurve« reicht nicht einmal für eine Näherung aus.*



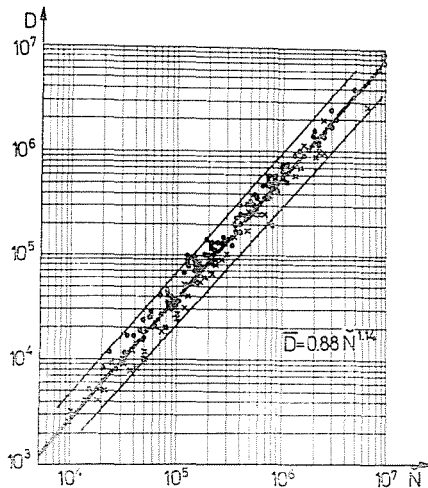


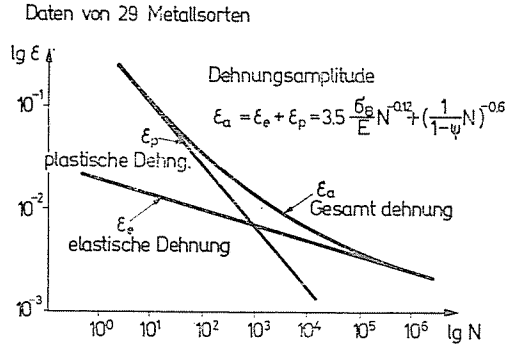
Abb. 4

Stellt man die Streuung der Lebensdauer über ihrem Medianwert logarithmisch dar:  $\lg D = f(\lg \tilde{N})$ , so liegt eine große Zahl Versuchswerte von Metallen eng an einer ansteigenden Geraden  $D = 0.88 N^{1.14}$  (Abb. 4) [18]. Zu einer größeren Belastung gehört eine kleinere Lebensdauer, offensichtlich treten dann also die übrigen Einflüsse gegenüber dem Einfluß der Beanspruchung zurück und dieser wird dominierend. Man kann somit die zu einem höheren Spannungsniveau gehörende Lebensdauer genauer angeben, als bei einem niedrigeren. Unterhalb der »Ermüdungsgrenze« wird die Lebensdauer im Prinzip unbeschränkt, in der Praxis unbestimmt.

#### Gesetz von MANSON und COFFIN [10, 11]

Erst Mitte der sechziger Jahre stellte sich heraus, daß man weit weniger streuende Zusammenhänge erhält, wenn man statt der Spannungen die Dehnungen mit der Lebensdauer in Beziehung setzt. Leider sind noch zu wenig auf diese Art aufgearbeitete Resultate veröffentlicht. Die auf die Dehnung bezogene Ermüdungskurve kann in logarithmischem Maßstab als Summe zweier kreuzender Geraden dargestellt werden, denen sich die Kurve beidseitig asymptotisch anschmiegt (Abb. 5). Es ist ersichtlich, daß der vorausgesetzte lineare Zusammenhang von Spannung und Dehnung (das Hookesche Gesetz) bei Ermüdungsvorgängen auch unterhalb der Ermüdungsgrenze nicht als gültig betrachtet werden kann und die Ermüdung weitgehend von den nichtlinearen rheologischen Eigenschaften der Werkstoffe abhängt.

Der Zusammenhang von Dehnung und Spannung hat entsprechend dem inneren Aufbau der Metalle zwei Komponenten: die eine ist die elastische Deformation des Metallgitters, die wieder verschwindet, wenn die Beanspruchung



auffhört; die andere ist eine zurückbleibende plastische Deformation, die von dem durch das Wandern der Dislokationen ermöglichten irreversiblen Gleiten verschiedener Atomschichten aufeinander erzeugt wird. Dieses Gleiten verschwindet selbst bei Umkehrung der Beanspruchung nicht, da die entgegengesetzte Bewegung zwischen anderen Schichten erfolgt. Durch die Beanspruchung wandert die Dislokation so lange weiter, bis sie von einem Hindernis blockiert wird, oder bis sie die Oberfläche des Körpers erreicht, und dort mit den übrigen Dislokationen durch Vergrößerung sichtbare Gleitlinien bildet. Im Elektronenmikroskop sind Gleitlinien bei 25tausendfacher Vergrößerung schon nach einem Tausendstel der Lebensdauer erkennbar.

Wird ein überwiegender Teil der Dislokationen blockiert — dies ist nur unterhalb eines verhältnismäßig niedrigen Belastungsniveaus möglich — hört das Gleiten auf und es kann keine weitere plastische Deformation erfolgen. Das höchste Spannungsniveau, bei dem dies möglich ist, ist die Ermüdungsgrenze. LEBEDJEV wies darauf hin, daß ausschließlich in interstitielle feste Lösungen eingekeilte fremde Atome imstande sind, die Dislokationen so stark zu blockieren, daß eine Ermüdungsgrenze tatsächlich existiert, daß der rechte Abschnitt der Wöhlerkurve in der Tat horizontal verläuft. Dies ist der Fall z. B. bei Kohlenstoffstählen. Bei Aluminium und seinen Legierungen ist der Abfall des rechten Astes der Wöhlerkurve auffallend und allbekannt, aber auch bei Legierungsstählen eindeutig festzustellen. Bei diesen Metallen ist daher im bisher untersuchten Lebensdauerbereich eine wirkliche Grenze der Ermüdung nicht vorhanden, doch kann die Lebensdauer durch Vermindern der Beanspruchung immer über die praktischen Erfordernisse hinaus gesteigert werden. Ein Abfallen der Ermüdungsgrenze auf (nahezu) Null ist natürlich grundsätzlich unmöglich.

#### *Hysterese, Verfestigung und Auflockerung*

Da bei Wechselbeanspruchung die Belastung über andere Gleitflächen erfolgt als die Entlastung, tritt eine Hysterese auf. Aus den entstehenden Hy-

stereseschleifen (Abb. 6) ist zu ersehen, daß die rechte, flachere Gerade von Abb. 5 der elastischen Verformung des Metalls entspricht, die linke, steilere Gerade hingegen der gleichzeitigen plastischen Deformation. Im rechten Abschnitt der Ermüdungskurve dominiert die elastische Verformung, wobei die plastische Verformung oft vernachlässigbar ist, im links anschließenden ist dagegen die plastische Verformung entscheidend. Die Folgerung ist naheliegend, daß die *tatsächlich* elastische Deformation des Metallgitters den Werkstoff kaum ermüdet. Die Ermüdung ist — im linken Abschnitt der Wöhlerkurve auf alle Fälle — hauptsächlich auf plastische Vorgänge zurückzuführen, die auch unterhalb der Elastizitätsgrenze — wenn auch in stark abnehmendem Maße — wahrzunehmen sind.

Durch die Gleitungen ordnet sich der Werkstoff so lange, bis die günstigste der Beanspruchung entsprechende Struktur erreicht ist. Wenn dieser eine größere Festigkeit entspricht, als ursprünglich vorhanden war (dies ist meist der Fall, wenn die Ausgangswerte  $\sigma_B/\sigma_{0,2} > 1,4$  betragen), verfestigt sich der Werkstoff, andernfalls (allgemein bei  $\sigma_B/\sigma_{0,2} < 1,2$ ) lockert er sich auf. Zwischen den angegebenen Werten kommt beides vor. Das Auflockern wird auch durch die aus der absorbierten Energie entstandene Hysteresewärme begünstigt. Das Maß der Verfestigung oder Auflockerung ist sehr verschieden, es gibt sogar Stoffe, bei denen beide Vorgänge in demselben Ermüdungsprozeß wahrnehmbar sind.

### Zyklisches Zerreißdiagramm

Der Zusammenhang von Dehnung und Spannung wird durch das herkömmliche Zerreißdiagramm nur für eine einmalige monoton anwachsende Belastung zufriedenstellend dargestellt. Unter Wechsellast entsteht ein sog. zyklisches Zerreißdiagramm (Abb. 6), das vom herkömmlichen sehr verschiedenen und bisher nur in Ausnahmefällen bekannt ist [12].

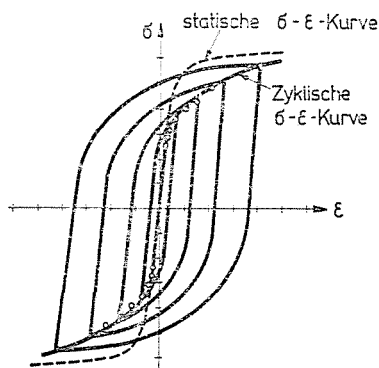


Abb. 6

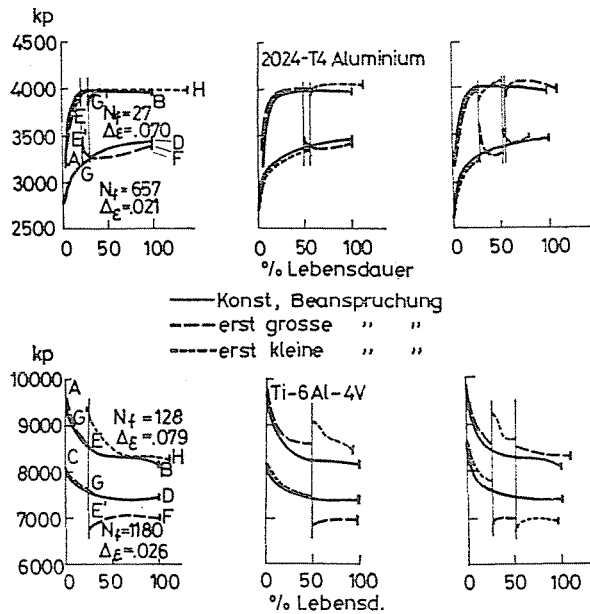


Abb. 7

Bis zum völligen Ablauf der Festigkeitsänderung ist eine große Anzahl von Lastschwüngen erforderlich. Dieser transiente Prozeß nimmt einen umso größeren Anteil der Lebensdauer in Anspruch, je kürzer diese ist. Er beeinflusst daher hauptsächlich bei großen Beanspruchungen, wenn die Lebensdauer kurz ist, die Ermüdung recht erheblich (Abb. 7) [10].

#### *Entstehen und Ausbreitung von Rissen*

Bei Wechselbeanspruchung erscheinen als erste Anzeichen der Schädigung auf der Oberfläche des ermüdenden Körpers schon sehr früh Gleitlinien. Die Gleitungen sind an den Stellen am größten, an denen die Dehnung gehemmt ist (Bereiche der Spannungskonzentration). Ausnahmen findet man praktisch nur bei als homogen anzusehenden Werkstoffen dort, wo der Deviator der Deformation an der Oberfläche sehr klein, die Beanspruchung also nahezu hydrostatisch ist. Dies ist z. B. der Fall bei zwei aufeinander abrollenden Walzen, oder an den Kontaktflächen von Zahnrädern, wo die Gleitungen nicht an der Oberfläche, sondern darunter am größten sind. Das Nitridieren oder ähnliche Oberflächenbehandlung kann auch so wirken, da sich die Werkstoffeigenschaften an der unteren Grenze der erzeugten Kruste fast sprunghaft ändern. Das Zurückgleiten erfolgt beim Beanspruchungswechsel auf anderen Ebenen als das Hingleiten, dort nämlich, wo in der entsprechenden Richtung

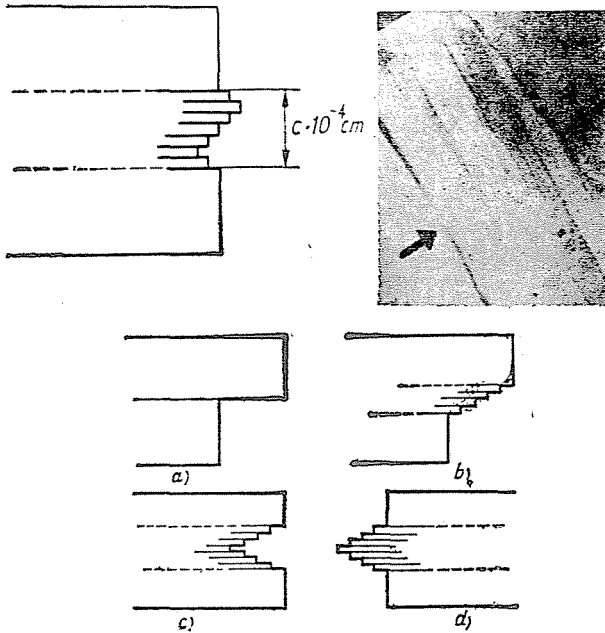


Abb. 8

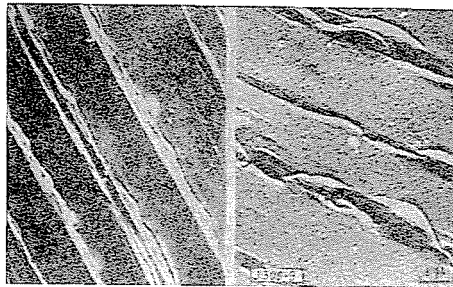


Abb. 9

der Widerstand am geringsten ist. Durch die Festigkeitsänderung erfolgt die Gleitung im nächsten Zyklus wieder auf anderen Ebenen. So entstehen in den Zonen der größten, konzentriertesten Beanspruchung Bündel von Gleitlinien, Gleitbänder. Dies nennt MOTT [13] die erste Phase der Metaller müdung, die Bildung von Rißkernen.

Die Gleitrichtung verläuft im allgemeinen nicht parallel zur Oberfläche, daher entstehen bei weiterer Ermüdung Höhenunterschiede (Abb. 8), die oft nach außen scharfe Grate, nach innen ebensolche Furchen bilden. Zwischen zwei Gleitebenen wird der Werkstoff häufig in Form von Extrusionen herausgepreßt (Abb. 9), die Furchen können sich wiederum zu Mikrorissen vertiefen,

die mit bloßem Auge nicht sichtbar sind. Hiermit ist nach MOTT die zweite Phase des Ermüdungsprozesses abgeschlossen. Diese Risse sind noch ohne Wirkung auf die Festigkeit der Körper. Es ist sehr wahrscheinlich, daß sämtliche Produkte damit voll sind, deren Oberfläche nicht mit besonderer Sorgfalt bearbeitet wurde.

Bei der Bildung von Rissen verwandelt sich eine gewisse Menge elastischer Energie  $U$  in Oberflächenenergie  $W$  der doppelten Bruchfläche. Bei spröden Brüchen ist dies bestimmend für deren weiteren zeitlichen Verlauf (bei anderen Brüchen muß man statt der Oberflächenenergie mit der Brucharbeit rechnen). Ist die entstandene Oberflächenenergie

$$\gamma = \frac{dW}{dA} > - \frac{dU}{dA}, \text{ so ist der Ri\ss}$$

ruhend

$$\gamma = \frac{dW}{dA} < - \frac{dU}{dA}, \text{ so ist der Ri\ss}$$

neutral  
fortschreitend.

$A$  ist der Ri\ssquerschnitt, der in Blechen bei Seitenrissen mit der Ri\sslänge  $c$ , bei Rissen im Inneren mit der halben Länge  $c/2$  ausgedrückt werden muß. Nach GRIFFITH [14] und IRWIN [15] gilt für einen neutralen Ri\ss

$$\frac{d}{dc} \left( \frac{\pi \sigma^2 c^2}{E} \right) = \frac{d}{dc} (2\gamma c),$$

woraus die kritische Spannung folgt:

$$\sigma_{kr} = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi c}} = \sqrt{\frac{EG_{kr}}{\pi c}} = \frac{K_{kr}}{\sqrt{\pi c}}.$$

$G_{kr} = 2\gamma$  ist der Ri\ssfortschrittswiderstand,  $K_{kr} = \sqrt{EG_{kr}}$  das Maß der Zähigkeit. Der Elastizitätsmodul  $E$  gilt für gleichmäßige Spannungsverteilung, z. B. dünne Bleche. Für gleichmäßige Dehnung, wie bei dicken Blechen, muß man statt dessen mit dem reduzierten Modul  $E^* = E/1 - \nu^2$  rechnen. OROWÁN [16] zerlegt die Oberflächenenergie in eine elastische und eine plastische Komponente

$$\sigma_{kr} = \sqrt{\frac{E}{\pi c} \left( \frac{dW_c}{dA} + \frac{dW_p}{dA} \right)} \simeq \sqrt{\frac{E}{\pi c} \cdot \frac{dW_p}{dA}}$$

und vernachlässigt meist den elastischen Anteil, da dieser — z. B. bei schwach legierten Kohlenstoffstählen bei Zimmertemperatur — gegenüber dem plastischen Anteil sehr klein ist. Der für die Ri\ssintensität maßgebende Parameter ist demnach

$$K_{kr} = \sigma_{kr} \sqrt{\pi c}$$

und ändert sich mit der Rißlänge. Mit ihrem Anwachsen sinkt die kritische Spannung. Unterschreitet sie die Reißfestigkeit, so hört das Wachsen auf, der Riß besitzt also eine kritische Länge  $c_{kr}$ . Der Riß kann natürlich nur durch eine auf ihn senkrechte Zugkomponente aufgeweitet werden und fortschreiten, eine Richtung ist also im großen und ganzen senkrecht auf die Hauptzugspannung. In Blechen ist daher der Riß fast gerade, in Körpern schreitet er in der Hauptebene von dem Ort der Spannungsspitze konzentrisch etwa kreisförmig fort.

Die Kraftlinien müssen dem Riß ausweichen, verdichten sich daher am Reißende, wo Spannungsspitzen entstehen. Die Risse können nicht scharf sein, da die Metalle nicht homogen, sondern als Molekülgitter aufgebaut sind. Bei einem engsten Gitterabstand  $b$  kann man zwischen zwei Gitterebenen einen kleinsten Berührungskreis vom Radius

$$\varrho_{\min} \cong \frac{8b}{\pi}$$

unterbringen, dies ist also die untere Grenze der Spaltschärfe. Die Höchstspannung beträgt am Ende eines abgerundeten Spaltes

$$\sigma_c = 2\sigma_0 \sqrt{c/\varrho},$$

wo  $\sigma_0$  die vom Riß nicht gestörte örtliche Grundspannung ist, somit

$$\sigma_{c_{\max}} = 2\sigma_0 \sqrt{\frac{\pi c}{8b}}.$$

Ist die kritische Spannung kleiner als dieser Wert, so beginnt der Riß schon vorher fortzuschreiten.

In der dritten Phase des Ermüdungsprozesses breiten sich jene Mikrorisse weiter aus, die genügend elastische Energie freigemacht haben. Da es zahlreiche solche Risse gibt, laufen zwei oder mehr nicht selten zusammen und vereinigen sich (Abb. 10), wodurch auch mit bloßem Auge sichtbare Makrorisse entstehen. Ist die Richtung eines solchen Risses günstig, d. h. liegt seine Spitze etwa senkrecht zur Hauptzugspannung, so beginnt er beim Erreichen der kritischen Spannung zu wachsen. PROST [17] untersuchte die Bedingungen dieses Rißfortschrittes und fand, daß der Riß stehen bleibt, wenn  $\sigma_a^3 l < C$  ist (Abb. 11), wo  $\sigma_a$  die Spannungsamplitude,  $l$  die Rißlänge und  $C$  eine Werkstoffkonstante ist. Den Wert von  $C$  ermittelte er bei unlegiertem und CrNi-Stahl zu  $C = 550$ , bei Kupfer zu  $C = 50$  und bei Al-Legierungen zu  $C = 20 \text{ kp/mm}^2/\text{mm}$ . Der Riß kann später in Bereiche vordringen, deren Beanspruchung geringer ist, oder wo ein Hindernis im Wege steht, und kann dort stehenbleiben. Außer zahlreichen Mikrorissen gibt es also auch sichtbare Risse, die trotz beträchtlicher Abmessungen das Leben des Tragsystems nicht gefährden, da sie

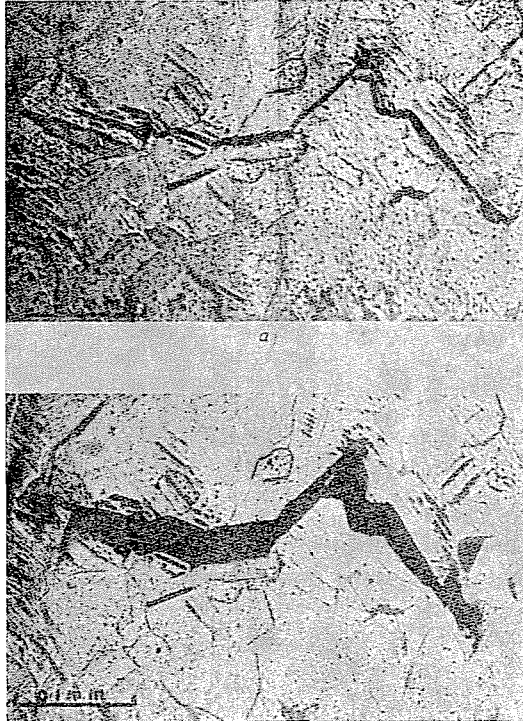


Abb. 10

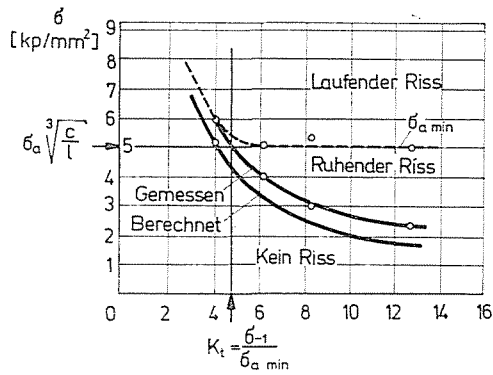


Abb. 11

in Richtung solcher Stellen fortschreiten, wo die Bedingungen ihres Wachstums aufhören. Einen solchen Riß zeigt Abbildung 12. Der Riß ist in der neutralen Zone des Biegeträgers im Steg stehen geblieben.

Der Rißfortschritt erfolgt nicht gleichmäßig, sondern abschnittsweise. CHRISTENSEN [18] fertigte mit dem Elektronenmikroskop sehr stark vergrößerte Aufnahmen an (Abb. 13), die zeigten, daß auf einen aktiven Zyklus jeweils



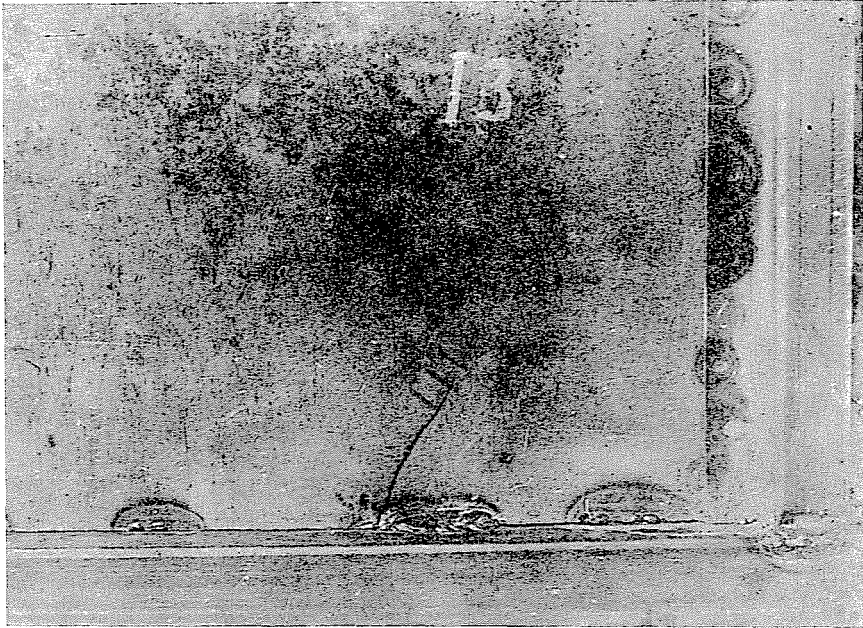


Abb.12

50 bis 500 Schwingungen folgen, bei denen der Riß in Ruhe bleibt. Diese Jahresringen ähnlichen Spuren darf man nicht verwechseln mit den um einige Größenordnungen größeren, frei sichtbaren Bruchspuren, die sich in Körpern unter regelmäßiger Wechselbeanspruchung ringartig ausbreiten; hier gibt es keine Ruhezyklen, der Riß schreitet mit jedem Zyklus um einen Schritt weiter. Die Schritte kann man bei Werkstoffen mit glattem Bruch auf der Bruchfläche gut unterscheiden, günstigenfalls sogar abzählen, und so nachträglich den Zeitpunkt des Bruchbeginns feststellen.

Bezeichnet man die zur kritischen Spannung gehörige Rißlänge und Lebensdauer mit dem Index  $k$ , so kann der Rißfortschritt am einfachsten so ausgedrückt werden:

$$l = l_k \left( \frac{N}{N_k} \right)^m,$$

wo  $m = f(F)$  ein von der Art der Beanspruchung  $F$  abhängiger Exponent ist. Bei Ermüdung unter gleichbleibender (stationärer) Lastamplitude kann man z. B. setzen

$$m = b(F - F_k)^2,$$

wo die Konstanten  $a$  bzw.  $b$  vom Werkstoff und der Konstruktion des Objektes

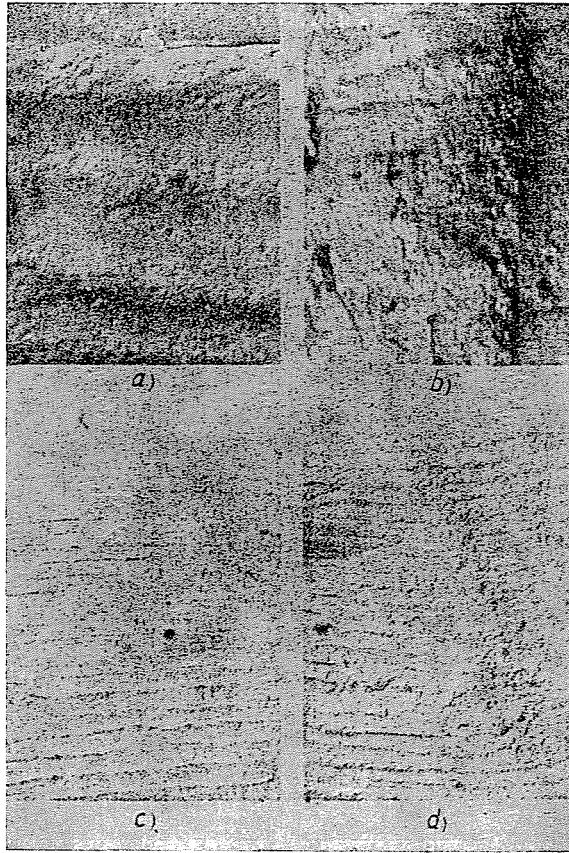


Abb. 13

abhängen. Durch Logarithmieren folgt hieraus eine leicht anwendbare Funktion:

$$\lg l = m \lg N + (\lg l_k - m \lg N_k) = m \lg N + \text{const.}$$

MATOLCSY zeigte (Abb. 14) [19], daß dieser einfache empirische Zusammenhang von den oben gezeigten physikalisch begründeten Schlußfolgerungen nur wenig abweichende Resultate liefert, also praktisch gut brauchbar ist.

Der ungehemmt fortschreitende Riß wächst so lange, bis der Querschnitt so weit abgenommen hat, daß er die Beanspruchung nicht mehr verträgt und der Restbruch, der Gewaltbruch des Restquerschnittes eintritt. Abb. 15 [20] zeigt am Beispiel einer Aluminiumlegierung, wie die Entstehung, die Ausbildung der Risse und der Restbruch je nach Belastungsniveau aufeinander folgen.

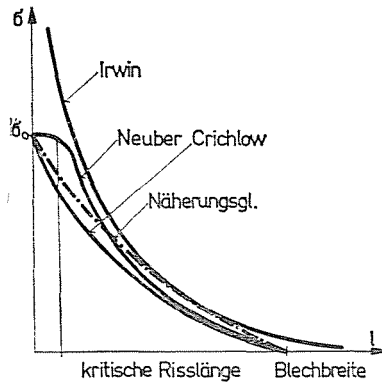


Abb. 14

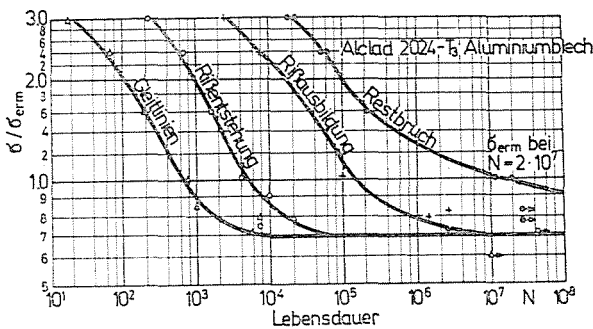


Abb. 15

*Schadensakkumulation*

Schon lange tauchte die Frage auf, was für eine Wirkung die Ermüdung auf die Tragfähigkeit eines Körpers vor dem Restbruch hat. Da eine Schädigung im Werkstoff schon recht frühzeitig nachweisbar ist, ist die Annahme nahelegend, daß von Beginn an jede einzelne Schwingung eine gewisse Schädigung verursacht, wenn diese auch anfänglich die Tragfähigkeit nicht beeinflusst. FRENCH [21] wies nach, daß die unterhalb der »Ermüdungsgrenze«, unter niedrigen Belastungen, im Prinzip unendliche Lebensdauer von Prüflingen durch vorkommende größere Beanspruchungen nur dann verkürzt wird, wenn deren Anzahl einen Grenzwert überschreitet (Abb. 16). Wenn die durch diese Werte gelegte Schädigungs- oder French-Kurve nicht überschritten wird, ist ein Ermüdungsbruch nicht zu befürchten, und es kann eine Verminderung der Tragfähigkeit nicht nachgewiesen werden. Hieraus darf man jedoch keine Schlüsse auf das Verhalten des Werkstoffes für Fälle ziehen, in denen die Größe der Wechselbeanspruchung erheblich schwankt.

Ist die Ermüdungsbeanspruchung instationär, ändert sich also die Größe der Beanspruchung geregelt, so taucht stets das Problem der Schadenshäufung

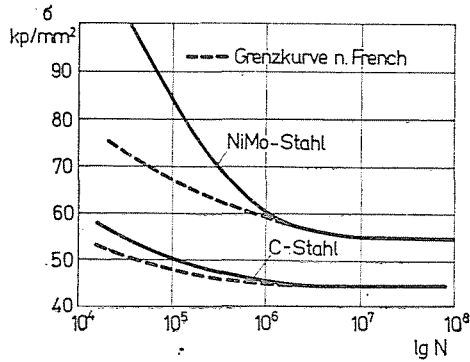


Abb. 16

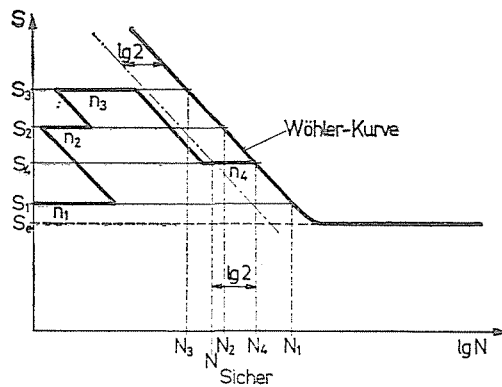


Abb. 17

auf. Am einfachsten ist hierfür die Annahme, die zur Dimensionierung von Wälzlagern PALMGREN bereits 1924 anwandte [22], und die später LANGER [23] und neuestens MINER [24] wieder für die Summierung der Ermüdungswirkung verschieden großer Beanspruchungen vorschlug, und die daher unter dem Namen Palmgren-Miner'sche Regel bekannt ist. Diese Hypothese berücksichtigt die Dreiphasigkeit des Ermüdungsprozesses nicht und geht davon aus, daß auf jedem Beanspruchungsniveau jede einzelne Schwingung vom Beginn bis zum Bruch die gleiche Schädigung erzeugt, diese also linear mit der Zahl der Schwingungen zunimmt. Bei Beanspruchungen gemischter Größe ist der Bruch somit dann zu erwarten, wenn die Summe der relativen Schädigungen aller Beanspruchungsniveaus den zum Bruch erforderlichen Gesamtwert erreicht, also

$$\sum_k \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, k),$$

wo  $n_i$  die Zahl der vorgekommenen,  $N_i$  die Zahl der stationär bis zum Bruch erforderlichen Schwingungen auf dem Niveau  $i$  ist (Abb. 17).

Die Hypothese von Palmgren—Miner ist freilich nur für den Bereich der Dauerfestigkeit gültig und nimmt keine Rücksicht auf die nachweisbare Auswirkung der Lasten unterhalb der »Ermüdungsgrenze«. Außerdem hat sie aber noch zwei wesentliche Mängel: erstens ist infolge der Streuung von  $N$  — die, wie wir wissen, recht groß ist — die Feststellung des Relativanteils der vorgekommenen Schadensstufen nicht eindeutig, zweitens hat sich auch der vorausgesetzte lineare Zusammenhang nicht bestätigt. Nach den Versuchen ist bei monoton wachsenden Laststufen die Summe der Schadensanteile allgemein größer, bei sinkenden Laststufen dagegen kleiner als 1 (Tabelle 1) und weicht nur bei schwankender Lasthöhe, z. B. bei der zyklischen Wiederholung eines gegebenen Belastungsbildes von 1 im Schnitt wenig ab.

Tabelle 1

Schadensakkumulation

	Min.	Max.	Mittel
Legierter Stahl, steigende Last	0,71	1,66	1,12
Legierter Stahl, sinkende Last	0,52	0,86	0,73
Al-Legierung, steigende Last	0,92	1,77	1,48
Al-Legierung, sinkende Last	0,56	0,96	0,77

Bereits LANGER nahm an, daß die Schadensakkumulation zwar linear sei, daß aber die Phasen der Ribbildung und des Ribfortschrittes getrennt betrachtet werden müssen. SERENSEN und seine Mitarbeiter stellten tatsächlich fest [25], daß die Größe der Schädigung nicht gleich, sondern am Beginn der Beanspruchung viel größer ist als später. Um die Unstimmigkeiten auszuscheiden, schlugen sie und andere statt des linearen einen exponentiellen Zusammenhang vor:

$$\sum \left( \frac{n_i}{N_i} \right)^m = a,$$

wo  $m$  und  $a$  experimentell zu bestimmende Konstanten sind. In halblogarithmischer Darstellung (Abb. 18) entspricht dies einer Verdrehung und Verschiebung des steilen Abschnittes der Ermüdungskurve. Die Verdrehung nimmt FREUDENTHAL [26] um den Punkt  $B$  in Höhe der Fließgrenze  $\sigma_F$ , CORTEN und DOLAN [27] um den Punkt  $C$  in Höhe der Höchstbeanspruchung  $\sigma_{\max}$  vor, während SERENSEN [25] das Knie der Kurve festhält. Das Maß der Verdrehung ist jeweils durch Versuch festzustellen. Bei nur zwei Laststufen ließen sich diese Vorschläge experimentell ganz gut bestätigen, da der Übergang zwischen zwei Lastniveaus genügend gleichmäßig und mit zwei Parametern ( $m$  und  $a$ ) gut darstellbar ist. Die Größe, Anzahl und Reihenfolge der transienten Laststufen-

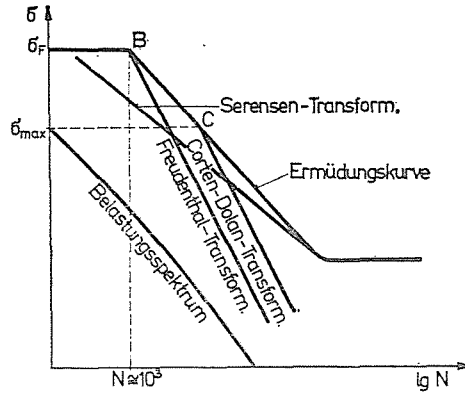


Abb. 18

wechsel ist aber im allgemeinen nicht regelmäßig, sondern zufällig, und so hatten diese Vorschläge nicht viel Erfolg.

Solange es also nicht gelingt, ein Modell zu finden, das den physikalischen Prozeß besser abbildet, ist es am vernünftigsten, das Einfachste, d. h. die Miner-Regel mit einem dem Charakter der Beanspruchungen gemäßen Sicherheitskoeffizienten zur Abdeckung der Unsicherheiten anzuwenden.

### Der Einfluß der Umstände

Der Widerstand der Werkstoffe gegen Gewaltbruch unter ruhender Last ist mit Zerreißversuchen (oder anderen je nach Art der Beanspruchung) einfach festzustellen. Die Ergebnisse dieser Festigkeitsversuche sind genügend eindeutig, ihre Streuung meist annehmbar klein, und unter gleichen Bedingungen leicht reproduzierbar.

Für Ermüdungsversuche gilt dies nicht. Es wurden unzählige Versuche unternommen, um durch Ausschalten immer weiterer Störeinflüsse die Versuche möglichst genau unter gleichen Bedingungen wiederholbar zu machen. Außer der pünktlichen Einhaltung der Zusammensetzung und der Struktur des Werkstoffes achtet man sorgfältig auf Form, Abmessungen und Ausarbeitung der Prüfkörper, auf die Sicherung der Art und Größe der Belastung, sowie auf die Gleichheit der äußeren Bedingungen, der Prüfeinrichtungen und -verfahren. Von den Einflußgrößen schließt man Schwankungen der Schwingbeanspruchung von vorneherein aus, d. h. man prüft mit stationären Schwingungen gleicher Amplitude, die man durch Wiederholung harmonischer Lastwechsel zwischen gleichbleibenden unteren und oberen Grenzwerten erzeugt.

Die Streuung der Ergebnisse erwies sich trotzdem als sehr groß, sie umfaßte meistens mehrere Größenordnungen. Sogar die Streuung der Lebensdauer von für das Laboratorium hergestellten Prüfkörpern beträgt im allgemeinen 2

bis 3 Größenordnungen, obwohl man hier den unsichersten Faktor — die Oberflächenrauigkeit — durch Feinstbearbeitung schon vorher ausschaltet. Die Zahl der die Ermüdung wesentlich beeinträchtigenden Faktoren ist selbst bei stationärer Beanspruchung so groß, daß hier nur eine kurze Übersicht über ihren Einfluß gegeben werden kann und wir zur ausführlichen Orientierung auf die Literatur [28, 29] verweisen müssen.

### Größe der Beanspruchung

Alle Schwingbeanspruchungen können zerlegt werden in eine konstante Grundbeanspruchung  $\sigma_m$  und eine hierauf superponierte harmonische Beanspruchungsschwingung — im einfachsten Fall eine reine Sinusschwingung —, die nach den Resonanzeigenschaften des Objekts analysiert werden kann. Bei Ermüdung nennt man eine Beanspruchung wechselnd, wenn auf den Grundwert  $\sigma_m = 0$  eine symmetrische Beanspruchung mit  $\sigma_{\max} = \sigma_{\min}$  überlagert ist, und schwellend, wenn  $\sigma_{\min} = 0$ , d. h.  $\sigma_m = \sigma_{\max}/2$  ist.

Für jede gegebene Lebensdauer läßt sich die Änderung der Beanspruchungsgrenzen mit der Höhe der Grundbeanspruchung auf mehrere Arten darstellen. Das *Smith—Goodman*-Diagramm (Abb. 19) stellt die Schwingungsgrenzen in Abhängigkeit von der Grundbeanspruchung dar, das *Haigh—Söderberg*-Diagramm (Abb. 20) dagegen die dazugehörigen Schwingungsschwingungsamplituden. Die Linien müssen natürlich immer durch den Punkt  $\sigma_m = \sigma_B$  der Zerreißeigenschaft laufen, da der Werkstoff dort schon bei ruhender Beanspruchung zerbricht. GILLEMOT wies nach [30], daß wenn man statt der Nominalspannung  $\sigma = F/A_0$  (mit dem Ausgangsquerschnitt  $A_0$ ) mit der wirklichen Spannung  $S = F/A = \sigma/(1 - \psi)$  (mit dem kontrahierten Querschnitt  $A$ ) rechnet, die Grenzlinien der Beanspruchungen Geraden werden. Man kann dann die Beanspruchungsgrenzen für jede Grundlast leicht aus den Werten der Wechsel- oder der Schwellbeanspruchung und der wirklichen Zerreißeigenschaft berechnen. Da die Grenzgeraden einander bei der Zerreißeigenschaft  $S_F$  treffen und kreuzen, ist klar, daß die superponierbaren Schwingungen umso kleiner sein müssen, je größer die mittlere Grundlast ist. Deutlich ist auch, daß hochfeste Metalle gleicher Art gegenüber Änderungen der Grundlast viel unempfindlicher sind als weniger feste, da der Kreuzungspunkt der Grenzlinien viel weiter entfernt ist.

Alle Diagramme bestehen so aus Bündeln von Geraden. Jedes Diagramm bezieht sich

- entweder auf eine gegebene Lebensdauer  $N$ , dann bedeuten die Geraden bestimmte Bruchwahrscheinlichkeiten;
- oder auf eine gegebene Bruchwahrscheinlichkeit, dann entspricht jede Gerade der erreichbaren Lebensdauer.

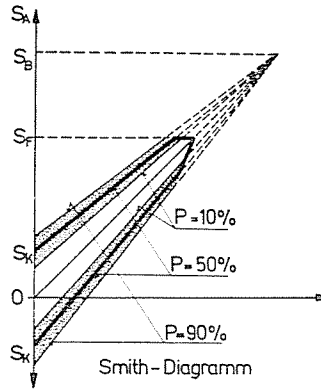


Abb. 19

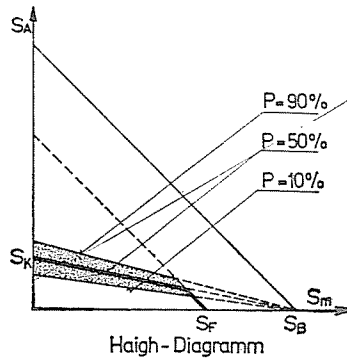


Abb. 20

Werte, die die Fließgrenze  $S_F$  übersteigen, wurden gestrichelt dargestellt, da sie zur Dimensionierung ungeeignet sind.

Außer den obigen gebraucht man vielfach das *Pohl*-Diagramm (Abb. 21), das die Höchstspannung  $S_{\max}$  in Abhängigkeit vom relativen Mittelwert  $S_m$  bezogen auf die Halbamplitude  $S_a$  zeigt:

$$S_{\max} = f(S_m/S_a) = f\left(\frac{S_{\max} + S_{\min}}{S_{\max} - S_{\min}}\right),$$

zu dessen Konstruktion man aber mehrere Punkte benötigt.

Betrachtet man den Einfluß der Beanspruchungsart, so springt am meisten die schädliche Wirkung eines auf die Schwingung überlagerten Zuges und die günstige eines Druckes ins Auge. Es liegt nahe, daß die erstere die Ermüdungsrisse aufweitet und die letztere sie schließt, und damit den Rißfortschritt begünstigt, bzw. behindert. Bei Biegung zeigt sich diese Wirkung offenbar nicht, da Zug und Druck periodisch wechseln.



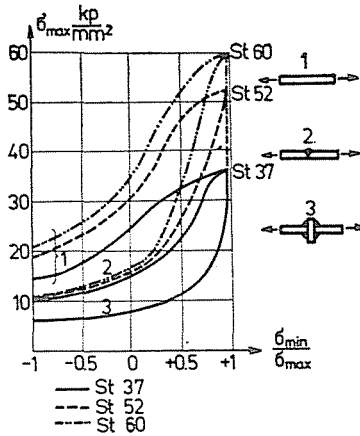


Abb. 21

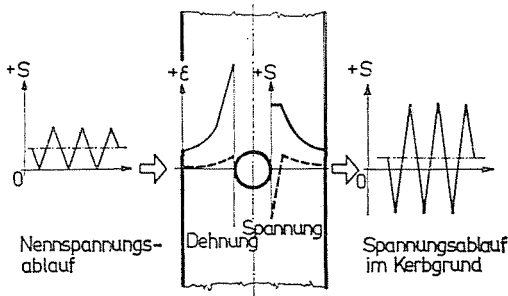


Abb. 22

Besondere Untersuchung erfordert die Beanspruchung in Fällen, wo nicht nur die Größe der Last, sondern zugleich auch ihr Charakter sich ändern. Ein bezeichnendes Beispiel hierfür ist der Lastwechsel von Zapfenlagern, wo bei Zug der zur Krafrichtung senkrechte Querschnitt des Auges belastet wird, bei Druck dagegen dieser gefährliche Querschnitt unbelastet bleibt und die Kraft vom Mantel des Zapfens auf die Bohrung des Auges übertragen wird. Infolge plastischer Formänderungen im gefährlichen Querschnitt kann sich die mittlere Spannung so weit verschieben, daß sich die ursprüngliche Schwellbeanspruchung in eine Wechselbeanspruchung von weit größerer Amplitude umwandelt (Abb. 22). Ähnliche Erscheinungen treten auch am Grund von Kerben auf. Für die Beanspruchung der Knotenpunkte von geschweißten Gitterträgern ist dagegen der exzentrische Anschluß der gedrückten Diagonalen günstig. Die entstehende Biegung überlagert auf den gleichmäßigen Zug im anschließenden Gurtstab, kann dessen Spannungsspitze gerade im gefährlichen Schweißbereich bedeutend herabsetzen und damit die Lebensdauer des Trägers merklich erhöhen (vgl. Abb. 36 in Teil II).

### *Sorgfalt der Konstruktion*

Bei der Ausbildung von Objekten, die Ermüdungsbeanspruchungen ausgesetzt sind, muß den Stellen von Dehnungsbehinderungen (Spannungshäufstellen) besondere Sorgfalt zugewendet werden. Der Unterschied gegenüber ruhender (statischer) Beanspruchung ist entschieden: dort genügt es — ausreichende Homogenität und Isotropie des Werkstoffes vorausgesetzt —, auf den Spannungsdurchschnitt zu dimensionieren, da Stellen örtlicher Spannungsspitzen bei der Elastizitätsgrenze ins Fließen geraten und Ungleichmäßigkeiten der Spannungs- und Dehnungsverteilung sich so ausgleichen. Da ein derartiger Ausgleich bei Ermüdungsbeanspruchung verständlicherweise nicht erfolgt, muß die Dimensionierung statt des Mittelwertes stets auf die Spannungsspitzen erfolgen. Die Ermüdungsfestigkeit eines Körpers ist umso größer, je kleiner der hochbeanspruchte Anteil seines Volumens ist. Im Interesse einer günstigen Bemessung ist deshalb die Herabsetzung der Spannungsspitzen außerordentlich wichtig. Die bekannten Maßnahmen hierfür sind die Vermeidung von Kerben, allmähliche glatte Übergänge und starke Abrundungen statt Querschnittssprüngen, möglichst feine Bearbeitung der Oberflächen. Die Vernachlässigung dieser Maßnahmen ist die Ursache der konstruktiven und technologischen Fehler, auf die die Mehrzahl der Ermüdungsbrüche zurückzuführen ist.

Die Wirkung plötzlicher Übergänge und Kerben läßt sich bekanntlich mit zwei Faktoren angeben. Der eine ist der Faktor der elastischen Spannungskonzentration (»Formzahl«)

$$\alpha_k = K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}} > 1,$$

das Verhältnis der Spannungsspitze zur Nenn-(Durchschnitts)-spannung, theoretisch berechnet. Der andere ist der Faktor der wirklichen Spannungskonzentration (»Kerbzahl«)

$$\beta_k = K_f = \frac{\text{Ermüdungsfestigkeit des glatten Körpers}}{\text{Ermüdungsfestigkeit des gekerbten Körpers}},$$

experimentell bestimmt. Aus beiden Faktoren ergibt sich die Kerbempfindlichkeit der Werkstoffe

$$q = \frac{\beta_k - 1}{\alpha_k - 1} = \frac{K_f - 1}{K_t - 1},$$

die von der Werkstoffqualität, der Probenform, der Art der Beanspruchung, usw. abhängt. Die Werte der Spannungskonzentrationsfaktoren lassen sich für

die häufigsten Formen, die Spannungskonzentrationen verursachen, bzw. die gleichmäßige Dehnung behindern, verschiedenen Tabellen [31, 32] entnehmen. Die Frage wurde in der Literatur öfter und ausführlich behandelt [33, 34], daher erübrigen sich hier weitere Ausführungen. Es ist aber wohl zu beachten, daß die geringe Ermüdbarkeit von Teilen mit großem Formfaktor  $\alpha_k$  nicht durch Verwendung eines Werkstoffes von höherer Festigkeit ausgeglichen werden kann. Wirksam ist nur die Verbesserung der Formausbildung.

Zu erwähnen ist dagegen noch die Maßstabwirkung, derzufolge die Ermüdungsfestigkeit von ähnlichen Objekten (z. B. die Ermüdungsgrenze) mit dem Wachsen ihrer Abmessungen im allgemeinen abnimmt. Das kann dadurch erklärt werden, daß die Oberfläche eines größeren Körpers mehr Rißkerne (Mikrorisse) aufweist, also die Wahrscheinlichkeit der frühen Bildung gefährlicher Risse größer ist. Bei glatten Prüfkörpern wird die Maßstabwirkung von der Streuung der Ermüdungsfestigkeit meist überdeckt, sie ist daher kaum wahrnehmbar, bei gekerbten Proben muß man sie aber wohl beachten. Bei einer Bruchwahrscheinlichkeit von  $P = 0,1\%$  ist sie vernachlässigbar, bei  $P = 95\%$  Bruchwahrscheinlichkeit wächst dagegen bei einer Durchmesser-Vergrößerung von 7,5 mm auf 25 mm die Ermüdungsgrenze um 23%, zugleich vermindert sich der Spannungsgradient um 17%.

### *Die Oberflächengüte*

Da der Riß immer von einer (inneren oder äußeren) Grenzfläche des ermüdeten Körpers ausgeht, ist der große Einfluß der Oberflächengüte nicht verwunderlich. Die bereits besprochene Kerbwirkung ist nicht nur eine Konstruktionseigenschaft, sie kann auch von der Bearbeitung zurückbleiben, oder von anderen Schäden der Oberfläche — z. B. der Schuppigkeit der Schweißnähte — herrühren. Da sich diese bei der Produktion schwer vermeiden lassen, muß man bearbeitete Produkte hinsichtlich ihrer Ermüdbarkeit stets als gekerbt betrachten, falls man nicht besondere Operationen zur Verfeinerung der Oberfläche vorsieht. Besonders vorteilhaft sind solche Bearbeitungsgänge, die zugleich im gefährdeten Bereich zurückbleibende günstige (Druck)-Spannungen hervorrufen, wie Kugelstrahlen, Glattwalzen, Polieren usw. Die günstige Wirkung des Kugelstrahlens kann noch verbessert werden durch nachträgliche Entfernung der von den Kugelspuren vergrößerten dünnen (0,1–0,2 mm) Hautschicht.

Außer der mechanischen Veredelung der Oberfläche läßt sich die Ermüdungsfestigkeit durch chemische Verfahren steigern. Man muß dabei solche Oberflächenschichten erzeugen, die möglichst viele, die Bewegung der Dislokationen hemmende, interstitielle Atome enthalten. Deshalb ist das Nitridieren oder Aufkohlen von unlegierten Stählen vorteilhaft. Das Entkohlen der Oberfläche — z. B. durch unsachgemäße Wärmebehandlung — ist dagegen der

Ermüdungsfestigkeit von Stählen sehr abträglich. Die chemischen Einflüsse wirken sich besonders stark in der Nähe der »Ermüdungsgrenze« aus.

### *Umwelteinflüsse*

Von den äußeren Umständen geht die wichtigste Wirkung von der Temperatur aus. Dieses Problem ist durch die Verbreitung der im Bereich hoher Temperaturen arbeitenden Systeme und den daran geknüpften steigenden Anforderungen und Bedürfnissen sehr aktuell. Mit steigender Temperatur erscheint bei allen Metallen früher oder später das Kriechen, die plastische Formänderung schon bei ruhender Last. Es ist offensichtlich, daß das Anwachsen der Plastizität die hauptsächlich von ihr abhängige Ermüdungsfestigkeit stark herabsetzt. (Ausnahmen bilden nur einige Metalle, die während der Erwärmung metallografische Umwandlungen erleiden.) Das Knie der Ermüdungskurve verschiebt sich nach rechts, ihr linker Abschnitt wird flacher, der rechte steiler, es ist im Untersuchungsbereich auch angenähert nicht mehr waagrecht.

Außerordentlich wichtig sind auch die Einflüsse, die die Oberfläche der unter Ermüdungswirkung stehenden Objekte angreifen, vor allen die Korrosion und der Verschleiß. Zwar kann sich der Verschleiß so lange günstig auswirken, bis durch ihn die Oberfläche geglättet wird und durch Verdichtung der Außenschicht bleibende Druckspannungen erzeugt werden. Gefährlich wird er aber, sobald Einfressungen entstehen, die die Oberfläche aufrauen. Die schädliche Wirkung der Spannungsspitzen am Rande von Schrumpfringen wird durch den hinzukommenden Einfraß erheblich vermehrt. Die Schädigung durch Korrosion ist ebenfalls auf die Verschlechterung der Oberflächengüte und das Auflockern des Gefüges der Haut zurückzuführen. Ganz besonders schwer ist der Schaden, der durch den vereinten Angriff dieser Faktoren auf die Oberfläche entstehen kann. Die Korrosion fördert das Wachstum der Risse, Einfraß beschleunigt die Korrosion und dadurch auch die Ermüdung.

Die Ermüdungswirkung wird dagegen vermindert, wenn die Schädigung der Oberfläche gehemmt wird. So kann man die Lebensdauer von der Ermüdung ausgesetzten Objekten mit einem Kunstharz-Überzug vergrößern, obwohl hierfür nicht jede Sorte Kunstharz gleich geeignet ist. Da die Luft stets Wasserdämpfe enthält, und die städtische Atmosphäre auch noch andere chemisch aggressive Substanzen, kann man mit Fernhalten der Luft — im Vakuum — bei der Ermüdung günstigere Resultate erzielen.

### *Eigenart des Prozesses*

Die Folgen zahlreicher weiterer Abweichungen des Ermüdungsvorganges lassen sich in Kenntnis des Mechanismus der Ermüdung qualitativ übersehen.

Zunächst ist der Frequenzeinfluß zu betrachten. Steigende Frequenz der Schwingungen behindert durch Verkürzen der Zykluszeit den Auslauf der

Versetzungen. Wie jede Blockierung der Dislokationen, erhöht sie demnach die Ermüdungsfestigkeit, hauptsächlich bei großen Frequenzen. Im Gegensatz dazu muß z. B. bei Flugzeugen, wo empfindliche Aluminiumlegierungen mit sehr kleinen Frequenzen ermüdet werden, die Abnahme der Festigkeit in Betracht gezogen werden. Die Ermüdungsfestigkeit wird auch durch die freiwerdende Hysteresewärme vermindert, falls diese keine Gelegenheit hat, sich durch Leitung oder Strahlung zu entfernen. Diese Wirkung kann besonders bei der Ermüdung von Polymeren (Kunststoffen) Bedeutung gewinnen.

Eine feine Kornstruktur erschwert das Wandern der Dislokationen ebenfalls, hat also einen günstigen Einfluß auf die Ermüdungsfestigkeit.

Die Eigenart des Ermüdungsvorganges kann sich durch Änderung der Größenordnung der Beanspruchungen erheblich wandeln. Bleiben diese unterhalb der »Ermüdungsgrenze«, so haben sie an sich praktisch keine ermüdende Wirkung. Bei steigenden Belastungsfolgen sind vorangegangene unter der Ermüdungsgrenze gebliebene Beanspruchungen auf den weiteren Prozeß ohne Wirkung, soweit sie vor dem Auftreten von Rissen vorkommen. Wenn aber im System schon vorher ein Riß entstanden ist, so kann sich dieser unter den folgenden Beanspruchungen fortpflanzen, auch wenn diese kleiner sind als die »Ermüdungsgrenze«. Bei steigenden Belastungsfolgen sind vorangegangene, unter der Ermüdungsgrenze gebliebene Beanspruchungen auf den weiteren Prozeß ohne Wirkung, soweit sie vor dem Auftreten von Rissen vorkamen.

Beachtenswert ist die Wirkung vereinzelter Beanspruchungen von hervorstechender Größe. Sie vergrößert z. B. bei Schwellbeanspruchung von gleicher Richtung die Lebensdauer, ist dagegen sehr schädlich, wenn ihre Richtung entgegengesetzt ist. Die Wirkung kann gesteigert werden, wenn das beanspruchte Objekt mehrmals *einzelnen* Überbeanspruchungen unterworfen wird. Die Erscheinung läßt sich durch die Förderung bzw. Hemmung des Wanderns der Dislokationen durch entstehende zurückbleibende Dehnungen bzw. Spannungen erklären, die den Werkstoff verhärten bzw. auflockern.

### Zusammenfassung

Zweck der Dimensionierung ist die Sicherung der Funktionsfähigkeit für eine vorbestimmte Zeit. Diese Zeit, die Lebensdauer, wird bei Maschinen hauptsächlich von der Ermüdung bestimmt. Ihr Vorgang wird beschrieben und ein Abriß der zu seiner wissenschaftlichen Analyse benötigten Sätze der mathematischen Statistik, der physikalischen Zusammenhänge und des Einflusses der äußeren Umstände gegeben.

### Literatur

1. SCHMETTERER, L.: Einführung in die mathematische Statistik. Berlin—Heidelberg—New York, 1956
2. van der WAERDEN, B. L.: Mathematische Statistik. Berlin—Heidelberg—New York, 1957.
3. HALD, A.: Statistical Theory with Engineering Applications. New York, 1957.
4. YULE, KENDALL: Introduction to Statistical Theory. New York,

5. CRAMÉR, H.: *Mathematical Methods of Statistics*. Princeton 1951
6. WEIBULL, W.: *K. Tekn. Högsk. Handl. No. 27* (1949)
7. FREUDENTHAL, A. M., GUMBEL, E. I.: *Advances Appl. Mechanics* 4 (1956)
8. ODING, J. A.: *Dokl. A. N. UdSSR* 105, No 6 (1955)
9. JOHNSON, L. G.: *Statistical Treatment of Fatigue Experiments*. Amsterdam, 1964
10. MANSON, S. S.: *Exptl. Mechanics* 5 (1965) No 7. p. 193—226
11. COFFIN, L. F.: *Appl. Mater. Res* 1 (1962) No 3. p. 129.
12. MORROW, J. D.: *ASTM Spec. Tech. Publ.* 378 (1965)
13. MOTT, N. F.: *Acta Metallurg.* 6 (1958) No 3., p. 195
14. GRIFFITH, A. A.: *Proc. Int. Congr. Appl. Mech.* 55 (1924)
15. IRWIN, G. R.: *Phys. Handb. Bd. VI*. Berlin, 1958
16. OROWÁN, E.: *Repts. Progr. Phys.* XII (1948) p. 185
17. PROST, N. E.: *Int. Mech. Eng. Sci.* 3 (1961) p. 299—302 und 4 (1962) p. 22—35
18. CHRISTENSEN, R. H.: *Douglas Airor. Co. Engg. Paper No 955* (1960)
19. MATOLCSY, M.: *Materialprüfung* 10 (1968) No. 12. p. 404—410
20. LAZAN, B. J.: *High Temp. Effects in Airor. Struct.*, ed. N. J. Hoff, Oxford, 1958
21. FRENCH, H. J.: *Trans. Am. Soc. Steel Treat.* 21 (1933) p. 899—946
22. PALMGREN, A.: *Z. VDI* 68 (1924) No 14, p. 339—341
23. LANGER, B.: *Journ. Appl. Mech.* 4 (1937) p. 160
24. MINER, M. A.: *J. Appl. Mech.* 12 (1945) No. 3, p. A 159—164
25. SERENSEN, S. V.: *Protschnosti pri nestazionarnich reschimach nagruski*. Kiew, 1961
26. FREUDENTHAL, A. M., HELLER, R. A.: *Journ. Aero-Space Sci* 26 (1959) No 7. p. 431—442
27. CORTEN, H. T., DOLAN, T. J.: *Proc. Int. Conf. Fat. Metals; London—New York, 1956*, p. 235
28. WEIBULL, W.: *Fatigue Testing and Analysis of Results (Chapter VI)*. Pergamon, Oxford, 1961
29. HERTEL, H.: *Ermüdungsfestigkeit der Konstruktionen*. Berlin—Heidelberg—New York, 1969
30. GILLEMOT, L.: *Acta Techn. Hung.* 50 (1965) p. 81—92
31. PETERSON, R. E.: *Stress-Concentr. Design Factors*. New York, 1965
32. KLOTH, W.: *Atlas der Spannungsfelder . . . Düsseldorf*, 1961
33. NEUBER, H.: *Kerbspannungslehre*. Berlin, 1958
34. SAVIN, G. N.: *Stress Concentration Around Holes*. Oxford, 1961

Prof. Dr. em. Guido RUDNAI 1027 Budapest, Bem rakpart 30. Ungarn