

# DIE THEORETISCHEN GRUNDLAGEN DER ZUVERLÄSSIGKEITS- UND KAPAZITÄTS- UNTERSUCHUNGEN VON FÖRDERSYSTEMEN

Von

J. PREZENSZKI und P. VÁRLAKI

Institut für Verkehrstechnik und Organisation, Technische Universität, Budapest

Eingegangen am 8. Februar, 1977

Vorgelegt von Prof. Dr. I. TURÁNYI

## 1. Die Zuverlässigkeitsuntersuchung von Fördersystemen

### 1.1 Die Struktur der Fördersysteme

In den Fördersystemen befinden sich die Fördermittel (Elemente) oder die homogenen Fördermittelgruppen (Elementgruppen) in Serien-, Parallel- oder kombinierter Anordnung.

Im Falle der Serienanordnung (Abb. 1a) ist der Output des vorangegangenen Elements (Fördermittel, Taktlager usw.) gleichzeitig der Input des darauffolgenden Elementes. Bei kontinuierlichem Betrieb wird durch jedes

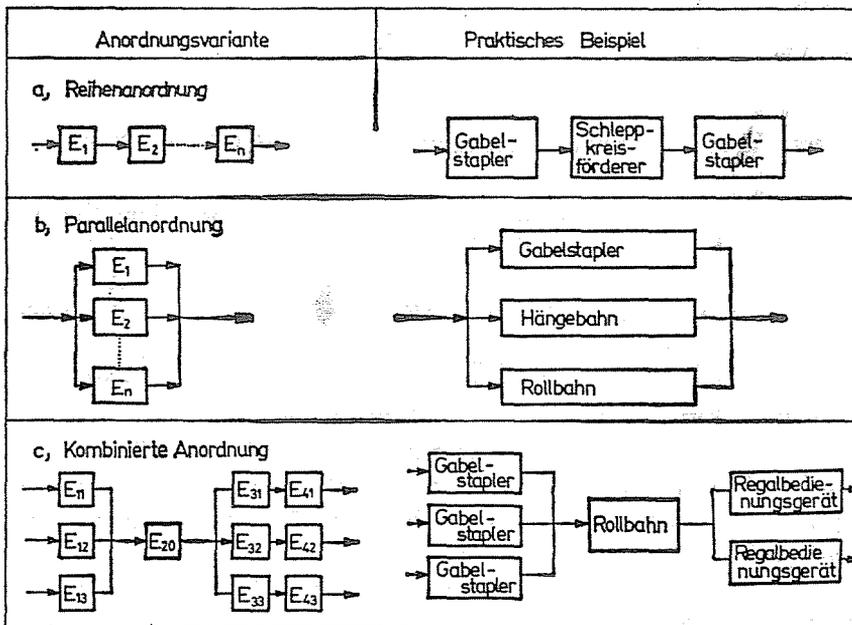


Abb. 1. Anordnungsvarianten der Elemente der Fördersysteme

Element die selbe Materialmenge während der selben Zeit bewegt. Der Ausfall eines Elementes bedeutet den Ausfall des ganzen Systems.

Im Falle einer Parallelanordnung (Abb. 1b) sind Input und Output der Systemelemente voneinander unabhängig, und so können die einzelnen Elemente während derselben Zeit unterschiedliche Materialmengen transportieren. Mit dem Ausfall einzelner Elemente hört die Arbeit des Systems nicht auf, lediglich seine Leistungsfähigkeit nimmt ab.

Im Falle einer kombinierten Anordnung (Abb. 1c) sind Elemente (Elementgruppen) in Serienanordnung mit Elementen (Elementgruppen) in Parallelanordnung kombiniert. Diese in dem modernen innerbetrieblichen Transport häufig vorkommende Anordnung hat komplizierte Fördersysteme zur Folge.

In den Fördersystemen der Lagerungspraxis sind alle aufgeführten Anordnungsvarianten anzutreffen. Eine derartige Erkenntnis der Anordnungsvarianten der Elemente und Elementgruppen ermöglicht die Anwendung der modernen Zuverlässigkeitstheorie bei der Projektierung und Untersuchung der innerbetrieblichen Fördersysteme.

Neben der herkömmlichen Kapazitätsuntersuchung gewinnen die Zuverlässigkeitsuntersuchungen, welche die Betriebssicherheit (strukturelle Sicherheit) und die Befriedigung der Ansprüche durch das System (funktionelle Sicherheit) analysieren, bei der Projektierung komplizierter Systeme immer größere Bedeutung. Bei komplexen Fördersystemen (z. B. in der Lagerung) werden das Verhalten des gesamten Systems (z. B. Lagers), die Qualität der Beziehungen zur Umwelt sowie die Güte des Betriebes durch die strukturelle und funktionelle Zuverlässigkeit beeinflusst.

## 1.2 Untersuchungsmethoden der strukturellen Zuverlässigkeit von Fördersystemen

Unter dem Begriff der strukturellen Zuverlässigkeit wird jene Eigenschaft des Fördersystems verstanden, die die Aufrechterhaltung der Betriebsfähigkeit des Fördersystems unter normalen Einsatzbedingungen ermöglicht. Die Zuverlässigkeit ist von der Güte der Elemente (Fördermittel) sowie von der Wirksamkeit der Reparaturprozesse abhängig. Will man diesen Begriff mit Kennziffern veranschaulichen, so müssen die mathematischen Methoden der Wahrscheinlichkeits- und Zuverlässigkeitstheorie herangezogen werden. Von diesem Standpunkt aus betrachtet, wird unter Zuverlässigkeit eines Elementes oder Systems im allgemeinen die Wahrscheinlichkeit des fehlerfreien Betriebes in einem gegebenen Zeitraum verstanden. Die Zuverlässigkeit der Fördersysteme kann mit Hilfe jener Modelle der Zuverlässigkeitstheorie untersucht werden, die das Verhalten von Systemen mit »nicht vernachlässigbare (beträchtliche) Reparaturzeiten benötigenden Elementen« beschrieben [4], [17].

Die Modelle der Zuverlässigkeitstheorie setzen im allgemeinen voraus, daß die Funktionszeiten während der gesamten Betriebsdauer des Systems unabhängige Zufallsgrößen sind, die in jeder Betriebsperiode demselben Verteilungsgesetz genügen. Ebenso sind auch die Reparaturzeiten unabhängige Zufallsgrößen mit derselben Wahrscheinlichkeitsverteilung in allen Perioden. Damit sind die für die Betriebsperioden kennzeichnende Verteilungsfunktion  $F(t)$  mit dem Erwartungswert  $T_1$  und der  $\sigma_1^2$ , sowie die Verteilungsfunktion  $G(t)$  mit dem Erwartungswert  $T_2$  und der Varianz  $\sigma_2^2$  für jede Reparaturperiode gegeben.

Die Kennziffer der Zuverlässigkeit eines Elementes mit nichtvernachlässigbarer Reparaturzeit, die sog. »Verfügbarkeit«  $P(T)$ , d. h. die Wahrscheinlichkeit, daß das Element nach »hinreichend langer Zeit« zum Zeitpunkt  $t$  betriebsfähig ist, kann in der Praxis mit dem folgenden stationären Wert angegeben werden:

$$P_e = \lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = \frac{T_1}{T_1 + T_2}, \quad (1)$$

hier bedeuten

$T_1$  den Erwartungswert der Betriebsdauer (mittlerer zeitlicher Abstand zweier Ausfälle),

$T_2$  den Erwartungswert der Reparaturzeit.

Die Verfügbarkeit ist in dem nichtstationären Falle

$$P(t) = 1 - F(t) + \int_0^t [1 - F(t-x)] h(x) dx, \quad (2)$$

hier sind

$h(x)$  die Dichtefunktion der Erneuerung [3]

$h(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi'_n(x)$ , wobei  $\Phi'$  der Differentialquotient der Funktion  $\Phi$  ist,

$$\Phi_n(t) = \int_0^t F_n(t-x) dG_n(x)$$

$$F_n(t) = \int_0^t F_{n-1}(t-x) dF(x)$$

$$G_n(t) = \int_0^t G_{n-1}(t-x) dG(x)$$

$n$  die Anzahl der Ausfälle bis zum Zeitpunkt  $t$ .

Bei der Zuverlässigkeitsuntersuchung von Fördermitteln wird in der Regel mit einer Exponentialverteilung gerechnet.\* Das wird dadurch erklärt,

\* Das bedeutet, daß in Ermangelung genügender a priori Informationen über die Verteilung der Betriebsdauer und der Reparaturzeiten bei der Projektierung als Näherung eine Exponentialverteilung mit entsprechend geschätzten Parametern vorausgesetzt wird [17].

daß es sich um eine Lebensdaueruntersuchung handelt, für die die Exponentialverteilung eine gute Näherung ist, die sich einfach handhaben läßt (eine ähnliche Rolle spielt wie der Gauß-Prozeß in der Analyse linearer Systeme [2]).

Die exponentialverteilten Betriebszeiten sind:  $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ , die exponentialverteilten Reparaturzeiten:  $G(t) = 1 - e^{-\mu t}$ . So ergibt sich die Verfügbarkeit in dem stationären Falle zu

$$P_e = \frac{\mu}{\lambda + \mu}, \quad (3)$$

in dem nichtstationären Falle zu

$$P(t) = \frac{\mu + \lambda e^{-(\lambda + \mu)t}}{\mu + \lambda}. \quad (4)$$

Es bedeuten:

$\frac{1}{\lambda} = T_1$  den Erwartungswert der Betriebszeit

$\frac{1}{\mu} = T_2$  den Erwartungswert der Reparaturzeit.

Die Wahrscheinlichkeit der Betriebsfähigkeit in dem Zeitraum  $\tau$  (die bei der Berechnung der Durchlaßfähigkeit eine noch wichtigere Rolle spielt) kann in nichtstationärem Falle nach dem Zusammenhang

$$P_t(\tau) = 1 - F(t + \tau) + \int_0^t [1 - F(t + \tau - x)] h(x) dx \quad (5)$$

bestimmt werden [4].

Der stationäre Fall wird durch die Gleichung

$$P_e(\tau) = \lim_{t \rightarrow \infty} P_t(\tau) = \frac{1}{T_1 + T_2} \int_0^{\infty} [1 - F(x)] dx \quad (6)$$

beschrieben.

Bei Exponentialverteilung und im stationären Fall ist

$$P_e(\tau) = \frac{\mu}{\mu + \lambda} e^{-\lambda \tau}. \quad (7)$$

Bei einem Maschinensystem in Serienanordnung hat der Ausfall eines beliebigen Elementes den Stillstand des ganzen Systems während der Reparatur zur Folge. Die Verfügbarkeit (die Wahrscheinlichkeit der Betriebsfähigkeit des Systems in dem Zeitpunkt  $t$ ) kann näherungsweise nach dem Zusammenhang

$$P_s = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^n \frac{T_{k2}}{T_{k1}}} \quad (8)$$

berechnet werden [4].

Es bedeuten:

$n$  Anzahl der Systemelemente

$T_{k1}$  Erwartungswert der Betriebsdauer des Elementes  $k$

$T_{k2}$  Erwartungswert der Reparaturzeit des Elementes  $k$ .

Die Wahrscheinlichkeit der Betriebsfähigkeit in dem Zeitraum  $\tau$  beträgt

$$P_s(\tau) = P_s e^{-\tau/T_1}, \quad (9)$$

$$\text{hier ist } T_1 = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{T_{k1}}}.$$

Die Formeln (8) und (9) sind exakt, wenn die Betriebs- und Reparaturzeiten der Fördermittel exponential verteilt sind.

Bei einem Fördersystem in Parallelanordnung wirkt der Ausfall eines Elementes auf die Zuverlässigkeit der anderen nicht aus; Ausfall und Reparatur eines beliebigen Elementes sind von denen der anderen Elemente unabhängig.

Bei parallel angeordneten Elementen gleicher Zuverlässigkeit kann die Wahrscheinlichkeit, daß von  $n$  homogenen Elementen in einem beliebigen Zeitpunkt nach hinreichend langer Zeit  $k$  Elemente arbeiten, nach Binomialverteilung mit dem folgenden Zusammenhang ermittelt werden [4], [17]:

$$P_k = \binom{n}{k} P_e^k (1 - P_e)^{n-k}, \quad (10)$$

$P_e$  bedeutet die Betriebszuverlässigkeit (Verfügbarkeit) eines Elementes.

Die Wahrscheinlichkeit, daß von der Gesamtheit  $n$   $k$  Elemente in dem Zeitraum  $\tau$  betriebsfähig sind, lautet für den stationären Fall

$$P_k(\tau) = \binom{n}{k} P_e(\tau)^k [1 - P_e(\tau)]^{n-k}. \quad (11)$$

Bei einem Maschinensystem mit kombinierter Anordnung der Elemente, sich in der Regel an parallel angeordnete Elemente gleicher Zuverlässigkeit und Leistungsfähigkeit (z. B. Gabelstapler) ein Element mit unterschiedlicher Zuverlässigkeit (z. B. Rollenbahn) in Reihenschaltung anschließt (vgl. Abb. 1c), erfordert die Bestimmung der Systemzuverlässigkeit (Verfügbarkeit), die Anwendung komplizierter analytischer Verfahren bzw. der Simulationuntersuchungen.

Es ist zu bemerken, daß es in der Praxis ausreichend ist, die angegebenen Zusammenhänge nur für die normale Betriebsperiode des Systems (zweiter Abschnitt der sog. »Badewannenkurve«) zu interpretieren. Bei der Inbetriebnahme (erster Abschnitt der Kurve, Periode der Frühfälle) ist die Ausfallrate  $\lambda(t)$ , das Verhältnis der während der Zeiteinheit ausgefallenen Elemente zu den im gegebenen Zeitpunkt betriebsfähigen Elementen, hoch (Abb. 2). Nach dieser Periode ist die Ausfallrate nahezu konstant (zweiter Abschnitt, Periode der Nor-

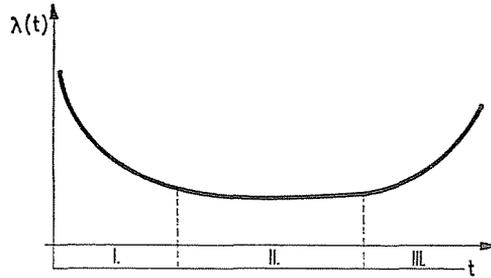


Abb. 2. Die Ausfallrate in Abhängigkeit von der Zeit

malausfälle), dann zeigt sie eine steigende Tendenz (dritter Abschnitt, Periode der Spätausfälle). Unter der Voraussetzung exponentialverteilter Betriebs- und Reparaturzeiten wurde die Untersuchung der rein strukturellen Zuverlässigkeit (ohne Kapazitätsermittlung) der Fördersysteme für verschiedene Stetig- und Unstetigförderer sowie für kombinierte Typen in [17] ausführlich beschrieben.

### 1.3 Die Untersuchungsmethoden der funktionellen Zuverlässigkeit der Fördersysteme des innerbetrieblichen Transports

Die funktionelle Zuverlässigkeit gibt an, wieweit das Fördersystem den Anforderungen seiner Umwelt gerecht werden kann. Die funktionelle Zuverlässigkeit der Fördersysteme kann in Kenntnis der Verteilung der Transportbedürfnisse sowie des Verlaufs der Durchlaßfähigkeitskurve des Fördersystems untersucht werden.

Für die Quantifizierung der funktionellen Zuverlässigkeit können unterschiedliche Zusammenhänge (Kennziffern) angewandt werden. Bei den Fördersystemen erscheint die Einführung folgender Kennziffer zweckmäßig.

Die Kennziffer des durchschnittlichen Niveaus der funktionellen Zuverlässigkeit gibt an, in welchem Maße das System den ihm gestellten Anforderungen während eines verhältnismäßig langen Untersuchungszeitraumes (z. B. 1 Jahr) gerecht wird. Aufgrund der Abb. 3 kann diese Niveaue Kennziffer nach dem folgenden prinzipiellen Zusammenhang bestimmt werden:

$$W_a = \frac{\int_{t_0}^t Q_a(t) dt}{\int_{t_0}^t Q_i(t) dt} \quad (12)$$

Es sind:

$Q_a(t)$  Funktion der Durchlaßfähigkeit des Systems

$Q_i(t)$  Funktion des Transportbedürfnisses (Bedarfsintensität).

Sind die stochastische Funktion der Durchlaßfähigkeit  $\eta(t)$  [3] (vgl. Abschn. 2.2) und der Erwartungswert  $E[\alpha(t)]$  des Forderungstromes  $\alpha(t)$

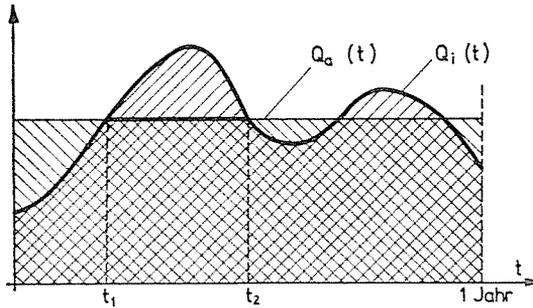


Abb. 3. Interpretierung der Niveauekziffer der funktionellen Zuverlässigkeit

bekannt, kann Gleichung (12) für die Bestimmung des Grades der funktionellen Zuverlässigkeit in die Form

$$W_a(t) = \frac{E[\eta(t)]}{E[\alpha(t)]} \quad (13)$$

gebracht werden. Auf ähnliche Weise wird die funktionelle Zuverlässigkeit für Spitzenbelastungen interpretiert und bestimmt. Die Berechnungen können auch mit subjektiven Wahrscheinlichkeiten, aufgrund von Schätzungen durchgeführt werden [12].

Durch die miteinander zusammenhängende strukturelle und funktionelle Zuverlässigkeit der Fördersysteme wird die funktionelle Zuverlässigkeit des gesamten innerbetrieblichen Transportsystems (z. B. eines Lagers), d. h. das Niveau der Erfüllung der Aufgaben des Systems in dem modernen Produktions- oder Verteilungsprozeß direkt beeinflusst. Aus diesem Grunde darf bei der modernen systemorientierten Projektierung auf die Zuverlässigkeitsuntersuchung nicht verzichtet werden.

Es ist zweckmäßig, die Wirksamkeitsuntersuchungen (Wirtschaftlichkeitsuntersuchungen) zur lokalen Optimierung für Varianten gleicher Zuverlässigkeit oder gleichen technischen Niveaus durchzuführen, und die Durchlaßfähigkeit des Fördersystems (Anzahl und Leistungsfähigkeit der Elemente) aufgrund einer Zuverlässigkeitsuntersuchung zu bestimmen.

## 2. Die Untersuchung der Durchlaßfähigkeit der Fördersysteme unter Beachtung zuverlässigkeitstheoretischer Aspekte

### 2.1 Allgemeines über die Durchlaßfähigkeit der Fördersysteme

Die Fördermittel als Systemelemente haben ihre eigene Leistungsfähigkeit, die durch die Materialmenge die in der Zeiteinheit (im allgemeinen 1 h) durchschnittlich befördert werden kann, definiert wird. Ausnutzbarkeit und

Ausnutzung der Leistungsfähigkeit, als Möglichkeit, werden aber durch zufallsbedingte Faktoren beeinflusst (z. B. bei Unstetigförderern durch die tatsächliche Belastung, die veränderliche Förderweite, die zulässige Höchstgeschwindigkeit, der Übung des Fahrers usw.) So sind Ausnutzbarkeit und Ausnutzung der Leistungsfähigkeit auch unter gegebenen Bedingungen als Zufallsgrößen zu betrachten.

Fördersysteme des innerbetrieblichen Transports werden im allgemeinen nach einer der genannten Anordnungsvarianten aus Fördermitteln gebildet, deren Ausnutzbarkeit sich mit einer Wahrscheinlichkeitsverteilung kennzeichnen läßt.

Im Falle derartig gebildeter Fördersysteme, aber auch bei einzelnen Fördermitteln, ist es zweckmäßiger, die Durchlaßfähigkeit anstatt der Leistungsfähigkeit zu untersuchen.

Unter der *Durchlaßfähigkeit eines Fördersystems bzw. eines Fördermittels* wird die Material- bzw. Gütermenge verstanden, die durch das System bzw. Fördermittel in einem gegebenen Zeitintervall unter Berücksichtigung der Anzahl und Verbindungen der tatsächlich arbeitenden Fördermittel befördert werden kann. Die Durchlaßfähigkeit des Systems wird neben der Ausnutzbarkeit der Leistungsfähigkeit der Fördermittel als Elemente auch durch die Art der Anordnung und die Höhe der für die Elemente bzw. das System kennzeichnenden strukturellen Zuverlässigkeit beeinflusst. So kann die Durchlaßfähigkeit mit Hilfe von kurzen (zeitweiligen) Messungen nicht bestimmt werden; sie läßt sich nur durch Auswertung der Ergebnisse längerer Messungen (z. B. von einem Jahr), mit der Berücksichtigung der statistischen Spezifika, die den Betrieb nur nach hinreichend langer Zeit charakterisieren (a posteriori Methode) bzw. unter Anwendung der stochastischen Kapazitätsuntersuchungen und der modernen Zuverlässigkeitstheorie (a priori Methode) ermitteln.

Bei der analytischen Untersuchung der Durchlaßfähigkeit von Fördermitteln und Fördersystemen werden zwecks Vereinfachung der Berechnung die statistische Stabilität der Zuverlässigkeitseigenschaften der einzelnen Fördermittel (Bedingung 1; zur Frage der Stabilität vgl. Abschn. 1.2) sowie die Stationarität der Verteilungsfunktionen, welche die Ausnutzung der Leistungsfähigkeit charakterisieren vorausgesetzt. Es wird also die Existenz einer Wahrscheinlichkeitsverteilung  $q_k(t + \tau, t) = q_k(\tau)$  mit dem Erwartungswert  $Q$  und der Varianz  $\sigma_q^2$  für jedes Zeitintervall  $(t + \tau; t)$ , unabhängig von  $t$  (Bedingung 2), angenommen.

Im Interesse der leichteren praktischen Handhabung ist es also zweckmäßig, die Leistungsfähigkeit des Fördersystems, d. h. eine Zufallsgröße, als unabhängige stochastische Funktion mit konstantem Inkrement innerhalb jedes Zeitintervalls  $\tau$  zu behandeln. Diese Bedingungen bzw. Voraussetzungen beeinflussen kaum die praktische Anwendung.

## 2.2 Analytische Berechnungsmethoden der Durchlaßfähigkeit eines Elementes

### Die a priori Methode

Die stochastische Funktion der Durchlaßfähigkeit [13] wird in Kenntnis der a priori (als gegeben betrachteten) Informationen wie folgt angegeben.

Wird die Leistungsfähigkeit eines Elementes (Fördermittels), d. h. die während des Zeitintervalls  $[t + \tau, t]$  beförderte Materialmenge, als Zufallsgröße, mit  $X[t + \tau, t]$  bezeichnet, kann die stochastische Funktion der Leistungsfähigkeit, d. h. die Gestaltung der während der Zeitintervalle  $[t + \tau, t]$ ,  $0 \leq t \leq \infty$  beförderten Materialmengen in folgender Weise geschrieben werden:

$$\xi[t + \tau, t] = \begin{cases} X[t + \tau, t], & \text{wenn das Fördermittel im Zeitintervall } \tau \text{ betriebs-} \\ & \text{fähig ist} \\ 0, & \text{wenn nicht.} \end{cases} \quad (14)$$

Es ist zweckmäßig, die komplizierte Funktion der Leistungsfähigkeit (Abb. 4a) durch eine Formel zu ersetzen, welche bereits die statistischen Eigenschaften der Parameter der Leistungsfähigkeit und Zuverlässigkeit zusammengefaßt enthält. Theoretisch kann die Funktion der Leistungsfähigkeit als instationärer stochastischer Prozeß durch einen stochastischen Prozeß »mit stabilen statistischen Eigenschaften« (möglichst mit der Eigenschaft der Ergodizität erster Ordnung) ersetzt werden. Dies kann so erfolgen, daß das untersuchte Fördermittel (Element) durch einen Prozeß charakterisiert wird, der sich mit Hilfe der Bedingungen 1 und 2 sowie vorhandener Informationen beschreiben läßt; es wird ein stetiger Betrieb vorausgesetzt, dessen Leistung aufgrund der statistischen Kennwerte der Zuverlässigkeitsparameter entsprechend verringert wird (Abb. 4b).

Der erwähnte Begriff der Durchlaßfähigkeit als stochastische Funktion kann mathematisch auf zweierlei Art interpretiert werden.

a) Die Interpretation der Durchlaßfähigkeit als »Summen-Mittelwert«:

$$\eta_0(\tau) = \lim_{t \rightarrow \infty} \eta_t(\tau). \quad (15)$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Durchlaßfähigkeit kann nach »hinreichend langer Betriebszeit« aufgrund der Leistungsfähigkeitsverteilung und der Wahrscheinlichkeit des ausfallfreien Betriebes während des Zeitintervalls (auf später zu beschreibende Weise) ermittelt werden.

b) Die Interpretation der Durchlaßfähigkeit als »zeitliches Mittel«:

$$\eta_t(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \xi[t + \tau, t] dt. \quad (16)$$

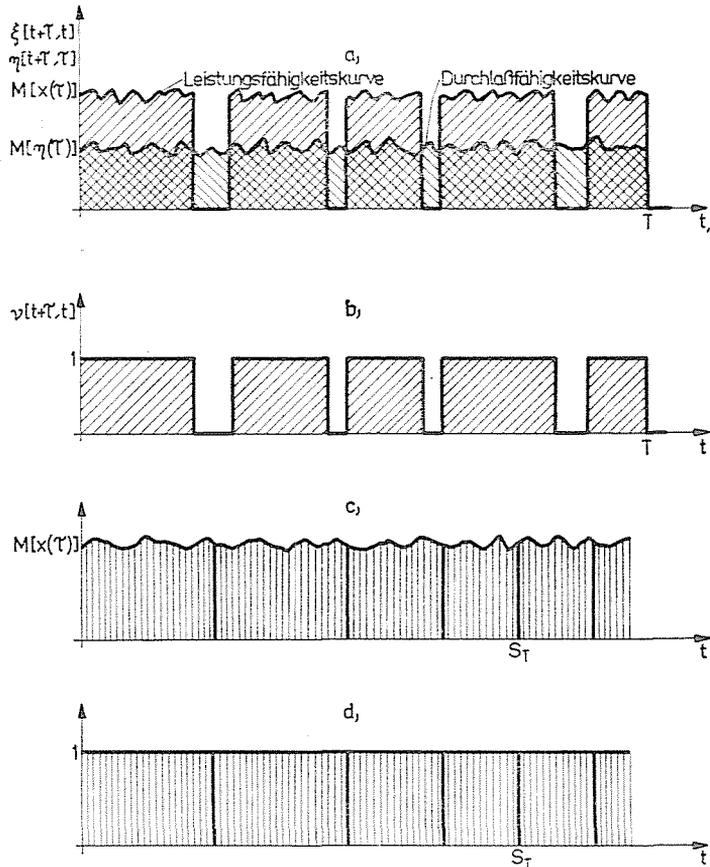


Abb. 4. Interpretierung der Funktionen der Leistungsfähigkeit und der Durchlaßfähigkeit

Hier wird die Durchlaßfähigkeit als Funktion mit jener Materialmenge als Zufallsgröße gedeutet, die von der während einer hinreichend langen Zeit insgesamt beförderten Materialmenge auf die Zeiteinheit  $\tau$  entfällt. Es ist leicht einzusehen, daß die Durchlaßfähigkeiten, die aufgrund der angegebenen Interpretationen auf unterschiedliche Weise berechnet werden können, aus der Sicht der Übereinstimmung ihrer Erwartungswerte als gleich angesehen werden können, wenn die Bedingungen 1 und 2 erfüllt werden.

Das läßt sich unter Verzicht auf die mathematische Exaktheit wie folgt erklären. Es ist zu beweisen, daß der als zeitliches Mittel interpretierte und »nach hinreichend langer Zeit« berechnete Erwartungswert der Durchlaßfähigkeit gleich dem als Summen-Mittelwert interpretierten Erwartungswert der Durchlaßfähigkeit ist, der in einem beliebig festgelegten, »hinreichend fernen« Zeitpunkt  $t$  ermittelt wird:

$$M[\eta_o(\tau)] = M[\eta_i(\tau)]. \quad (17)$$

$M$  ist das Symbol für die Bildung des Erwartungswertes.

Es wird zuerst *der Erwartungswert* der Durchlaßfähigkeit *als zeitliches Mittel* bestimmt.

Der zeitliche Verlauf der stochastischen Funktion  $\xi[t + \tau, t]$  ist in Abbildung 4a dargestellt. Da nach Bedingung 1  $X[t + \tau, t] = X[t]$  eine zeitunabhängige Zufallsgröße ist (genauer genommen wird die Leistungsfähigkeit durch einen unabhängigen stochastischen Prozeß mit konstantem Inkrement innerhalb jedes Zeitintervalls beschrieben), kann die Gleichung (16) wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{aligned} M[\eta_i(\tau)] &= M[x(\tau)] \cdot M_\nu \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T \nu[t + \tau, t] dt \right\} = \\ &= M[x(\tau)] \cdot \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T M_\nu[\nu[t + \tau, t]] dt. \end{aligned} \quad (18)$$

Hier bedeutet  $\nu$  die Zufallsgröße der Betriebsfähigkeit (Abb. 4b)

$$\nu[t + \tau, t] = \begin{cases} 1, & \text{wenn das Fördermittel im Zeitintervall } [t + \tau, t] \text{ betriebs-} \\ & \text{fähig ist} \\ 0, & \text{wenn nicht.} \end{cases}$$

(Bei der Umformung wurden die Unabhängigkeit der Zufallsgrößen sowie der bekannte Satz über die Vertauschbarkeit der Integration und der Bildung des Erwartungswertes [9] ausgenutzt.) Der Erwartungswert  $M_\nu[\dots]$  der Gleichung (18) wird nach der folgenden Methode berechnet.

Die Fläche unter der Kurve  $\xi[t + \tau, t]$ , die dem Näherungswert der Durchlaßfähigkeit

$$\eta_i[T, \tau] = \frac{1}{T} \int_0^T \xi[t + \tau, t] dt$$

gleich ist, kann bis zu einen beliebigen Zeitpunkt  $T$  auch so ermittelt werden, daß die einzelnen Flächenausschnitte (Abb. 4a) »zusammengeschoben« werden (Abb. 4c bzw. 4d für  $\nu$ ). Die so erhaltene Fläche ist zahlenmäßig gleich der gesamten Betriebszeit  $S_T$ .

Zur Berechnung des Erwartungswertes der Fläche wird der Erwartungswert der gesamten Betriebszeit  $M[S_T]$  mit dem vorausgesetzten Erwartungswert der während der Zeiteinheit  $\tau$  beförderten Materialmenge  $M[X(\tau)]$  und mit der Wahrscheinlichkeit, daß das Fördermittel in dem Zeitintervall  $[S_T + \tau, S_T]$  nicht ausfällt, multipliziert. Diese Wahrscheinlichkeit kann aufgrund von Abbildung 4 nach der Formel berechnet werden, welche die Zuverlässigkeit von sofort reparierbaren Elementen in einem gegebenen Intervall angibt [4]; der Erwartungswert der Ausfallabstandes ist offensichtlich  $T_1$ . Es kann also

$$M[\eta_i(\tau)] = M[X(\tau)] \cdot \lim_{T \rightarrow \infty} [M[S_T] \cdot P_{S_T}(\tau)] \quad (19)$$

geschrieben werden; hier ist

$$P_{S_T}(\tau) = \int_0^{S_T} [1 - F[S_T + \tau - x]] \bar{h}(x) dx. \quad (20)$$

Die Dichtefunktion der Instandsetzung  $\bar{h}(x)$  bezieht sich sinngemäß auf sofort reparierbare Elemente [4]. Die Anwendung des zentralen Grenzwertsatzes liefert

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} P(S_T) &= \lim_{T \rightarrow \infty} P \left\{ \frac{S_T - \frac{T_1}{T_1 + T_2} \cdot T}{\sqrt{T T_1 T_2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{T_1^2 + T_2^2}}} \cdot (\sqrt{T_1 + T_2})^3 < u \right\} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u e^{-x^2/2} dx. \end{aligned} \quad (21)$$

Die Zufallsgröße  $S_T$  ist also mit dem Erwartungswert

$$M[S_T] \cong \frac{T_1}{T_1 + T_2} \cdot T \quad (22)$$

asymptotisch normalverteilt.

Daraus ergibt sich

$$M[\eta_i(\tau)] = M[X(\tau)] \cdot \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left\{ \frac{T_1}{T_1 + T_2} \cdot T \cdot \int_0^{S_T} [1 - F[S_T + \tau - x]] \bar{h}(x) dx \right\}. \quad (23)$$

Nach weiterer Umformung und Vereinfachung erhält man

$$M[\eta_i(\tau)] = M[X(\tau)] \cdot \frac{T_1}{T_1 + T_2} \cdot \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^{S_T} [1 - F(S_T + \tau - x)] \bar{h}(x) dx. \quad (24)$$

Aus  $T \rightarrow \infty$  folgt  $S_T \rightarrow \infty$  [4] und damit

$$M[\eta_i(\tau)] = M[X(\tau)] \cdot \frac{T_1}{T_1 + T_2} \cdot \frac{1}{T_1} \int_{\tau}^{\infty} [1 - F(t)] dt. \quad (25)$$

Daraus ergibt sich nach Gleichung (6)

$$M[\eta_t(\tau)] = M[X(\tau)] \cdot P_e(\tau) = Q(\tau) P_e(\tau).$$

Der Erwartungswert der stochastischen Funktion der Durchlaßfähigkeit kann auch als Summen-Mittelwert bestimmt werden.

Es sei  $\xi[\tau|v_t]$  die vorausgesetzte Zufallsgröße für die Funktion der Durchlaßfähigkeit;  $v_t = 1$ , wenn das Fördermittel in dem Zeitintervall  $[t + \tau, t]$  betriebsfähig ist,  $v_t = 0$ , wenn es nicht betriebsfähig ist.

$$\xi[\tau|v_t] = \begin{cases} x[t + \tau, t] & \text{für } v_t = 1 \\ 0 & \text{für } v_t = 0. \end{cases} \quad (26)$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $r_k[t + \tau, t]$  der Durchlaßfähigkeit  $\eta_t(\tau)$  ist nach Bedingung 1 und Gleichung (2) gleich

$$r_k[t + \tau, t] = \begin{cases} q_k(\tau)P_t(\tau) & \text{für } k > 0 \\ 1 - P_t(\tau) & \text{für } k = 0 \\ 0 & \text{in allen anderen Fällen.} \end{cases} \quad (27)$$

Aufgrund der anderen Interpretierung der Durchlaßfähigkeit:

$(\eta(\tau) = \lim_{t \rightarrow \infty} \eta_t(\tau))$  ist

$\lim_{t \rightarrow \infty} r_k[t + \tau, t] = r_k(\tau)$ , mit

$$r_k(\tau) = \begin{cases} q_k(\tau)P_e(\tau) & \text{für } k > 0 \\ 1 - P_e(\tau) & \text{für } k = 0 \\ 0 & \text{in allen anderen Fällen.} \end{cases} \quad (28)$$

( $P_e(\tau)$  kann nach Gleichung (6) ermittelt werden.)

Die Bildung des Erwartungswertes der Grenzverteilung liefert

$$M[\eta_\infty(\tau)] = MX(\tau) P_e(\tau) = Q(\tau) P_e(\tau).$$

Es läßt sich feststellen, daß die Erwartungswerte der beiden Interpretationen und Berechnungswege der Durchlaßfähigkeit gleich sind, wenn die Bedingungen 1 und 2 erfüllt werden.

Die Äquivalenz der Erwartungswerte der beiden Interpretationen der Durchlaßfähigkeit ist deshalb von Bedeutung (und erfordert eine theoretische Begründung), weil dadurch die statistischen Kenngrößen der Durchlaßfähig-

keit im Falle der näherungsweise Erfüllung der Bedingungen 1 und 2 in der Praxis auf zweierlei Art und Weise bestimmt werden können. Auf die zu erwartende Leistungsfähigkeit des Fördermittels oder des Fördersystems kann aufgrund von Beobachtungen und Registrierungen einer konkreten Realisierung (gesamte beförderte Materialmenge) über einen längeren Zeitraum (zeitliches Mittel) oder aufgrund der getrennten Schätzung der Parameter der Leistungsfähigkeit und der Zuverlässigkeit aus einer großen Anzahl kurzer Stichproben — evtl. mit der Verwendung diesbezüglicher bekannter Daten — (Summen-Mittelwert) gleich gut geschlußfolgert werden. Obwohl die Arbeitsprozesse der Fördersysteme des innerbetrieblichen Transports im allgemeinen nicht streng stationär und ergodisch sind, werden Stationarität und Ergodizität im Interesse der einfacheren Berechnung oft vorausgesetzt. Es muß aber ständig kontrolliert werden, ob die Ergodizität (bzw. die Erfüllung der Bedingungen 1 und 2) nach aktuellen Messungen und Berechnungen vorausgesetzt bzw. als zulässige Näherung betrachtet werden darf.

Ausgehend von der Hypothese der Ergodizität wird oft die Ergodizität zweiter Ordnung des Prozesses vorausgesetzt [13]. Dann

$$M[\eta(t) \eta(t + \tau)] = \langle \eta(t) \eta(t + \tau) \rangle \quad (29)$$

mit

$$M[\eta(t) \eta(t + \tau)] = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} y_i y_j P(y_i, y_j, \tau) dy_i dy_j \quad (30)$$

$$\langle \eta(t) \eta(t + \tau) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^{\infty} y(t) y(t + \tau) dt. \quad (31)$$

In diesem Falle wird also die Gleichheit der Summen- und der zeitlichen Mittelwerte zweiter Ordnung und infolgedessen die Gleichheit der nach den beiden Methoden berechneten Streuungen der Durchlaßfähigkeit vorausgesetzt. Die Korrelationsfunktionen, die nach den beiden Methoden berechnet werden, können bei ähnlichen Untersuchungen eine äußerst bedeutende Rolle spielen [10].

*Die hier beschriebene Interpretation der Durchlaßfähigkeit* ist für die Untersuchungen während der Projektierung und des Betriebes deshalb so wichtig, weil die Informationen über die Leistungsfähigkeit und Zuverlässigkeit zusammengefaßt dargestellt werden; dadurch wird es sowohl dem Entwurfs- als auch dem Betriebsingenieur ermöglicht, die Schlußfolgerungen über die »Förderfähigkeiten« des Systems während einer längeren Zeit eindeutiger zu formulieren. Auf diese Weise werden grundlegende Daten über die von dem Fördersystem in einem längeren Zeitintervall erwartet, Leistungen sowie über deren Schwankungen und statistische Maßzahlen usw. geliefert; die erhaltenen Verteilungen können auch in die komplexen Modelle des Systemverhaltens eingebaut werden [11].

### Die a posteriori Methode

Die Interpretation und Berechnung der Durchlaßfähigkeit müssen für bestehende, arbeitende Fördersysteme so angegeben werden, daß sie den praktischen Anforderungen gerecht werden (a posteriori Untersuchungen). Es wurde festgestellt, daß die statistischen Eigenschaften der Durchlaßfähigkeit nach dem zeitlichen oder nach dem Summen-Mittelwert ermittelt werden können. Aus diesem Grunde erscheint es zweckmäßig, die stochastische Funktion der Durchlaßfähigkeit in dem  $T$ -ten Untersuchungsintervall auf die folgende Weise zu interpretieren:

$$\eta_T(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T \xi[t + \tau, t] dt \quad (32)$$

bzw.

$$\bar{\eta}_n(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N \xi T_n(\tau) \quad (33)$$

für diskrete Zeiteinheiten. Hier ist

$$\xi_n(\tau) = \begin{cases} X(\tau), & \text{wenn das Fördermittel im } n\text{-ten Zeitintervall der Länge} \\ & \tau \text{ betriebsfähig ist} \\ 0, & \text{wenn nicht} \end{cases}$$

In diesem Falle können die stochastischen Kenngrößen der Durchlaßfähigkeit aufgrund der statistischen Auswertung der während  $T$  Zeiteinheiten beobachteten und registrierten Ereignisse ermittelt werden.

Die Interpretation der Aufgabenstellung mit Hilfe der *subjektiven Wahrscheinlichkeiten* stellt ein Problem von besonderem Interesse, auch von dem Standpunkt der Praxis beachtenswertes dar. In diesem Falle können die subjektiven (a posteriori) Wahrscheinlichkeiten aufgrund von a priori Informationen eines geeigneten leitenden Entwurfsingenieurs oder -Kollektivs, denen teils deterministische, teils intuitive subjektive Faktoren sowie persönliche Erfahrungen zugrunde liegen, bzw. aufgrund beobachteter Ereignisse mit Hilfe der Bayes'schen Formel berechnet werden.\*

\* Obwohl Interpretation und Anwendung noch umstritten sind, scheint die Anwendung der subjektiven Wahrscheinlichkeiten bei den Schätzungen der Zuverlässigkeit besonders bedeutungsvoll. Die Beurteilung durch einen erfahrenen Fachmann (Entwurfs- oder Betriebsingenieurs) der Zuverlässigkeit eines Fördermittels kann zweifellos ebenso wichtig sein, wie eine statistische, experimentelle oder ähnliche Untersuchung. Diese wird nämlich durch die Kenntnis der Lebensdauer-Kurven, durch Kenntnisse in der Festigkeitslehre usw. sowie durch Betriebserfahrungen beeinflusst. »Untersuchungsmethoden, die diese Informationen nicht berücksichtigen, sind nicht nur logisch inkonsistent, sondern auch wirtschaftlich ausgesprochen verschwenderisch« [7].

Die mit Hilfe subjektiver Wahrscheinlichkeiten beschriebene Funktion der Durchlaßfähigkeit wird in folgender Weise interpretiert:

$$\hat{\eta}_T(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T_0}^T \hat{\xi}[t + \tau, t] dt \quad (34)$$

$$\hat{\xi}[t + \tau, t] = \hat{\xi}_i(\tau) = \begin{cases} \hat{X}_i(\tau), & \text{wenn das Fördermittel im } t\text{-ten Zeitintervall} \\ & \text{der Länge } \tau \text{ betriebsfähig ist} \\ 0, & \text{wenn nicht.} \end{cases} \quad (35)$$

$T_0$  ist das Zeitintervall der a priori Informationen, die für eine »imaginäre Zeitdauer« definiert sind; die Anzahl der einzelnen Ereignisse in diesem Intervall wird subjektiv geschätzt. Das Verhältnis  $T_0$  gibt an, wie hoch der Wert der a priori Informationen den beobachteten gegenüber eingeschätzt wird.\*

Analog zur Gleichung (28) kann die subjektive Wahrscheinlichkeitsverteilung der Durchlaßfähigkeit im Zeitpunkt  $T$ , die sich auf das Zeitintervall der Länge  $\tau$  bezieht und der Funktion  $\hat{\eta}_T(\tau)$  entspricht, wie folgt geschrieben werden:

$$\hat{r}_{kT}(\tau) = \begin{cases} 1 - \hat{P}_T(\tau), & \text{für } k = 0 \\ \hat{P}_{Ti}(\tau) \hat{P}_T(\tau), & \text{für } 0 < k \leq n \\ 0 & \text{in allen anderen Fällen.} \end{cases} \quad (36)$$

Die subjektive Wahrscheinlichkeit der Betriebsfähigkeit im Zeitpunkt  $T$ , während des Zeitintervalls der Länge  $\tau$  beträgt

$$\hat{P}_T(\tau) = \frac{k_m \tau + \alpha_0 \tau}{T + T_0}, \quad T_0 = (\alpha_m + \alpha_0) \tau. \quad (37)$$

Es bedeuten:

$k_m$  Anzahl der Zeiteinheiten der Länge  $\tau$  während der Zeitdauer  $T$ , in denen das Fördermittel betriebsfähig war

$\alpha_m$  Schätzungswert der Anzahl der Zeitintervalle der Länge  $\tau$ , während der Zeitdauer  $T_0$ , in denen das Fördermittel betriebsfähig war

$\alpha_0$  Schätzungswert der Anzahl der Zeitintervalle der Länge  $\tau$ , während der Zeitdauer  $T_0$ , in denen das Fördermittel nicht betriebsfähig war.

Desweiteren gilt der Zusammenhang

$$\hat{P}_{Ti}(\tau) = \frac{(k_i + \alpha_i) \tau}{T + T_0}, \quad T_0 = \tau \sum_{k=1}^n \alpha_k. \quad (38)$$

\* Die Autoren beschäftigen sich mit theoretischen Problemen der subjektiven Wahrscheinlichkeiten von Zuverlässigkeitsuntersuchungen in [19].

Es bedeuten:

$k_i$  Anzahl der Zeitintervalle der Länge  $\tau$  während der Zeitdauer  $T$ , in denen das Fördermittel die Menge  $i$  transportieren konnte

$\alpha_i$  Schätzungswert der Anzahl der Zeitintervalle der Länge  $\tau$  während der Zeitdauer  $T_0$ , in denen die Leistungsfähigkeit des Fördermittels  $i$  war.

Für  $\alpha_i$  ist neben der Information über die relative Häufigkeit ( $\alpha_i \tau / T_0$ ) auch ihre Bedeutung, gemessen an dem Wert der beobachteten Informationen, charakteristisch. Diese bestimmt nämlich das Verhältnis, in dem die a priori und die beobachteten Informationen zusammengefaßt werden. Die angegebenen, anschaulichen Gleichungen, die sich auch heuristisch gut interpretieren lassen, können, wie folgt, bewiesen werden:

Die oben erwähnte Berechnung der subjektiven Wahrscheinlichkeiten wird nach [7], [8], [19] unter Berücksichtigung der a priori, subjektiven Informationen sowie der a posteriori, beobachteten Ergebnisse, mit der entsprechenden Anwendung des Satzes von BAYES, der die a priori und a posteriori subjektiven Informationen zusammenfaßt, klargelegt.

In dieser Veröffentlichung wird der sog. »Schätzungsvektor«  $c$  (conviction — Überzeugung), der den Eintritt der betreffenden Ereignisse umfassend kennzeichnet, als a priori subjektive (Grund-) Information betrachtet. Bei der Abschätzung der Zuverlässigkeit eines Fördermittels, d. h. in dem binomialen Falle, ist  $c = (\alpha_m, \alpha_0)$ ; der Zahlenwert  $\alpha_0$  kennzeichnet den Eintritt des Ausfalles (Reparatur),  $\alpha_m$  den Eintritt der Betriebsfähigkeit. Die Zahlenwerte beinhalten einerseits die Information über die relative Häufigkeit (d. h. das Verhältnis der relativen Häufigkeiten der beiden Ereignisse) und andererseits jene grundlegende Information, die angibt, wie hoch die Bedeutung der a priori Informationen absolut bzw. im Vergleich zu den beobachteten Informationen von dem jeweiligen Fachmann eingeschätzt wird. Dadurch wird das Maß bzw. das Verhältnis der Zusammenfassung der a priori und der beobachteten Informationen im wesentlichen bestimmt.

Auf dieser Grundlage kann die vorausgesetzte Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P[p/k, N]$  der vorausgesetzten Wahrscheinlichkeit  $p$  ( $0 \leq p \leq 1$ ) der Funktionsfähigkeit des Fördermittels nach dem Bayesschen Satz berechnet werden, wenn das Fördermittel aus  $N$  Zeiteinheiten der Länge  $\tau$  ( $T = N\tau$ )  $k_m$ -mal ( $0 \leq k_m \leq N$ ) betriebsfähig war.

$$P[p|k_m, N] = \frac{P[k_m|p, N] P(p)}{\int_0^1 P[k_m|p, N] P(p) dp} \quad (39)$$

$P[k_m|p, N]$  ist die vorausgesetzte Wahrscheinlichkeit dessen, daß das Fördermittel — unter der Annahme der Wahrscheinlichkeit  $p$  — von  $N$  Zeiteinheiten der Länge  $\tau$  in  $k_m$  Zeiteinheiten betriebsfähig sei.  $P(p)$  ist die a priori subjektive Wahrscheinlichkeitsverteilung der Wahrscheinlichkeit  $p$ , die den Eintritt der Betriebsfähigkeit kennzeichnet.

Unter normalen Bedingungen kann die Unabhängigkeit des Eintritts der Zustände Betriebsfähigkeit — Reparatur von der gegebenen Zeiteinheit (bzw. von der zeitlichen Lage der vorangegangenen Ereignisse) vorausgesetzt werden. In diesem Falle sind die erwähnten vorausgesetzten Wahrscheinlichkeiten offensichtlich binomialverteilt:

$$P[k_m|p, N] = \binom{N}{k_m} p^{k_m} (1-p)^{N-k_m} \quad (40)$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $P(p)$  ( $0 \leq p \leq 1$ ), die die a priori subjektiven Wahrscheinlichkeiten charakterisieren, sind aufgrund natürlicher Erwägung als Betaverteilt zu interpretieren:

$$P(p) = \frac{p^{\alpha_m-1} (1-p)^{\alpha_0-1}}{\int_0^1 p^{\alpha_m-1} (1-p)^{\alpha_0-1} dp} \quad (41)$$

Aufgrund logischer Überlegung wird der Erwartungswert der Wahrscheinlichkeitsverteilung der subjektiven Wahrscheinlichkeit  $p$  im folgenden als subjektive Wahrscheinlichkeit der Betriebsfähigkeit betrachtet.

Nach geeigneten Umformungen wird der Erwartungswert nach dem Zusammenhang

$$E[p | k_m, N] = \hat{P}_T(\tau) = \frac{\int_0^1 p^{k_m + \alpha_m} (1-p)^{N - k_m + \alpha_m - 1} dp}{\int_0^1 p^{k_m + \alpha_m - 1} (1-p)^{N - k_m + \alpha_0 - 1} dp} \quad (42)$$

berechnet. Die Gleichung läßt sich mit Hilfe der Gammafunktionen in der Form

$$\hat{P}_T(\tau) = \frac{\Gamma[k_m + \alpha_m + 1] \Gamma[N - k_m + \alpha_0] \Gamma[N + \alpha_m + \alpha_0]}{\Gamma[N + \alpha_m + \alpha_0 + 1] \Gamma[k_m + \alpha_m] \Gamma[N - k_m + \alpha_0]} \quad (43)$$

schreiben. Entsprechend der Gleichung (36) liefern die weiteren Umformungen und Vereinfachungen den Zusammenhang

$$\hat{P}_T(\tau) = \frac{(k_m + \alpha_m) \tau}{T + (\alpha_m + \alpha_0) \tau} \quad (44)$$

mit  $T = N \cdot \tau$

für den »endgültigen« Wert der subjektiven Wahrscheinlichkeit, die die Wahrscheinlichkeit der Betriebsfähigkeit abschätzt.\*

Diese Formel gilt natürlich nur für den einfachen Fall der Zeit- und Ereignisunabhängigkeit; sind die subjektiven Wahrscheinlichkeiten »sensitiv« bzw. empfindlich auf die zeitliche Lage der Ereignisse oder im allgemeinen ereignis- bzw. zeitabhängig, müssen die entsprechenden vorausgesetzten subjektiven Wahrscheinlichkeiten nach wesentlich komplizierteren Methoden und Abschätzungen ermittelt werden [8] [19].

Gleichung (36) kann mit den hier für die subjektiven Wahrscheinlichkeiten angegebenen Zusammenhängen natürlich auch für den multinomialen Fall verallgemeinert werden; das bedeutet im vorliegenden Falle die Bestimmung der subjektiven Wahrscheinlichkeiten  $\hat{P}_{T_i}(\tau)$ , die für die einzelnen Leistungsfähigkeiten kennzeichnend sind.

Ist der Schätzungsvektor, der die a priori Informationen kennzeichnet,  $c = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_n)$ , kann die subjektive Wahrscheinlichkeit  $P_{T_i}(\tau)$  dem obigen Gedankengang entsprechend nach dem Zusammenhang [19]

$$\hat{P}_{T_i}(\tau) = \frac{(k_i + \alpha_i) \tau}{T + \tau \sum_{j=1}^n \alpha_j} ; \quad (45)$$

$$k_i \geq 0$$

$$\alpha_j \geq 0$$

$$\tau \sum_{j=1}^n \alpha_j = T_0$$

$$\sum_{i=1}^n \hat{P}_{T_i}(\tau) = 1$$

berechnet werden.

Es bedeuten:

$\hat{P}_{T_i}(\tau)$  die subjektive Wahrscheinlichkeit, daß die Leistungsfähigkeit des gegebenen Fördermittels im  $N$ -ten Zeitintervall der Länge  $\tau$   $i$  ist,

$k_i$  Anzahl der Intervalle der Länge  $\tau$  mit der Leistungsfähigkeit  $i$  während der Zeitdauer  $N$ .

\* Es kann nachgewiesen werden, daß  $\hat{P}_T(\tau)$  eine effiziente, asymptotisch unverzerrte, also die beste asymptotische Abschätzung des Erwartungswertes der subjektiven Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P$  darstellt [8] [19].

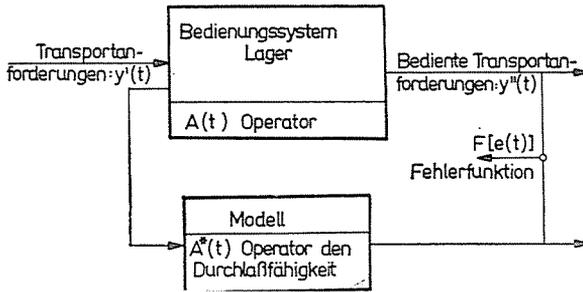


Abb. 5. Interpretierung der Identifikation eines Bedienungssystems

Die Identifikation des Bedienungssystems als kompliziertes Objekt stellt eine noch besser systematisierte, einheitliche Interpretation der a posteriori Untersuchung der Durchlaßfähigkeit dar [14], [15], [19]. In diesem Falle wird versucht, den Operator der Durchlaßfähigkeit (Abb. 5), der die Forderungsströme in dem Leistungsstrom abbildet, aufgrund der Untersuchung der Zusammenhänge zwischen den beobachteten Forderungsströmen und den darauf reagierenden Leistungsströmen mit fortschreitender Zeit immer genauer zu bestimmen.

In diesem Beitrag wurden die theoretischen Probleme der modernen Zuverlässigkeits- und Kapazitätsuntersuchungen behandelt; es wurde auf die Notwendigkeit und Möglichkeit der praktischen Anwendung bei der fortschrittlichen Projektierung und Untersuchung der Fördersysteme des innerbetrieblichen Transports hingewiesen.

Über die konkrete Anwendung der erhaltenen theoretischen Ergebnisse bei der stochastischen Untersuchung typischer Fördersysteme mit Kapazitätsreserven und Pufferspeicher, die aus parallel- oder in Reihe angeordneten Fördermitteln bestehen, wird später berichtet.

### Zusammenfassung

Der Beitrag beschäftigt sich mit Fragen der strukturellen Zuverlässigkeit der Fördersysteme des innerbetrieblichen Transports sowie mit theoretischen Problemen der unkonventionellen Interpretation und Ermittlung der Kapazität von Fördermitteln bzw. Fördersystemen.

Es wird die Einführung des Begriffs der Durchlaßfähigkeit der Fördermittel bzw. Fördersysteme vorgeschlagen und der Versuch unternommen, diesen Begriff wahrscheinlichkeitstheoretisch zu begründen. Die vorgeschlagenen Methoden ermöglichen die fortschrittliche — auf der Zuverlässigkeitstheorie beruhende — Projektierung und Untersuchung der Fördersysteme des innerbetrieblichen Transports.

### Literatur

1. DREGER, W.: Kapazität komplexer Fördersysteme. Bestimmung mit Hilfe der Simulation, I., II. Fördern und Heben 23 (1973) p. 749—756, p. 881—886
2. FODOR, L.: Analysis linearer Systeme.\* Müszaki Könyvkiadó, Budapest, 1968.

3. GHOSAL, J.: Some Aspects of Queues and Storage System. Springer Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1970.
4. GNEDENKO, B., BELIAIEW, J., SOLOWIEW, A.: Mathematische Methoden der Zuverlässigkeitstheorie.\* Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1970.
5. GUDEHUS, T.: Warteschlangen und Wartezeiten in Warenverteil- und Lagersystemen. Fördern und Heben **23** (1973) p. 210—218.
6. GUDEHUS, T.: Möglichkeiten zur Verbesserung der Leitung von Regalförderzeugen. Fördern und Heben **24** (1974) p. 414—422.
7. KINDLER, J.: Einige Fragen der systemorientierten Entscheidungstheorie unter Beachtung der Leitungsentscheidungen. Habilitationsschrift, Budapest, 1974.
8. MURPHY, J. R.: Adaptive Processes in Economic Systems. Academic Press, New York—London, 1965.
9. PARZEN, E.: Stochastic Processes. Holden-Day, San Francisco, 1962.
10. PREZENSZKI, J., VÁRLAKI, P.: Einige theoretische Probleme der Untersuchung von adaptiven Umschlagsystemen.\* Közlekedéstudományi Szemle XXVI (1976) p. 78—86.
11. PREZENSZKI, J., VÁRLAKI, P.: Modellierung des Verhaltens von Lagersystemen.\* Gép. **29** (1977) p. 419—430.
12. PREZENSZKI, J., VÁRLAKI, P.: Die stochastische Kapazitätsuntersuchung von typischen Fördersystemen des innerbetrieblichen Transports unter Beachtung zuverlässigkeitstheoretischer Aspekte. Periodica Polytechnica (im Druck)
13. PUGATSCHEW, A.: — Slutschajnaia funkcia i eio primenenie k sadatscham awtomaticheskogo upravlenia. Fizmatgiz, Moskau, 1962.
14. RAIBMANN, N. S.: Identification of Nonlinear Controlled Plants with Dispersion Functions. IFAC Symp. "Identification in Autom. Control Systems" Prague, Paper 3. 14, 1967.
15. RAIBMANN, N. S.: Postroenie modelei prozessow proiswodstwa. Energia, Moskau, 1975.
16. REINSCHKE, K.: Zuverlässigkeit von Systemen. VEB Verlag Technik, Berlin, 1973.
17. STOYAN, D.: Mathematische Methoden in der Operationsforschung (Fördertechnik—Bergbau—Transportwesen). VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1971.
18. SMECHOW, A.: Optimisazija prozessow grusowoi rabotü. Transport, Moskau, 1973.
19. VÁRLAKI, P.—PREZENSZKI, J.: Die Methoden und Probleme der subjektiven Warscheinlichkeitsrechnungen in den Zuverlässigkeits- und Kapazitätsuntersuchungen von Fördersystemen. Periodica Polytechnica (im Druck)

Dr. József PREZENSZKI }  
 Dr. Péter VÁRLAKI } H-1450 Budapest, Pf. 93. Ungarn

\* In ungarischer Sprache

*Printed in Hungary*