

STATISCHE UNTERSUCHUNG VON OMNIBUSSEITEN- WÄNDEN UNTER BERÜCKSICHTIGUNG DER TRAGENDEN ROLLE DER AN DAS GERIPPE GEKLEBTEN FENSTERSCHEIBEN

Von

A. FEKETE, T. FEKETE, J. GEDEON, A. KERESZTES, P. MICHELBERGER,
E. NÁNDORI und B. SÁLYI

Lehrstuhl für Mechanik, Technische Universität, Budapest

Eingegangen am 21. März, 1977

Vorgelegt von Prof. Dr. P. Michelberger

1. Einleitung

Bei der Festigkeitsberechnung des Gerüstwerkes von Omnibussen wurde bis zur letzten Zeit angenommen, daß die statischen und dynamischen Kraftwirkungen zur Gänze durch die Metallelemente der Seitenwand aufgenommen werden, und die Fensterscheiben in der Tragfunktion keine Rolle spielen. Nach dem Jahr 1972 begannen einige Werke des Westens (Drögmöller, Auwärter, von 1975 an M.A.N. und Kässbohrer) Omnibusse zu bauen, bei denen die Glasscheiben ans Gerüstwerk geklebt waren, und damit auch das Glas zu einer tragenden Rolle kam. Wir haben jedoch keine Kenntnis davon, daß zur Klärung des veränderten Kräftespiels theoretische oder experimentelle Untersuchungen unternommen worden wären.

Seit dem Jahr 1974 beschäftigen sich in Ungarn die Karosserie- und Fahrzeugfabrik IKARUS, das Forschungsinstitut AUTOKUT und der Lehrstuhl für Mechanik an der Fakultät für Verkehrswesen der Technischen Universität Budapest mit dieser Frage. Im vorliegenden Beitrag möchten wir über die am Lehrstuhl bisher erzielten Untersuchungsergebnisse berichten.

2. Untersuchungen am Lehrstuhl

Bei der Forschungsarbeit am Lehrstuhl wurde versucht, zwei Fragen zu beantworten. Die eine war die Veränderung der Beanspruchungen in einzelnen Stäben des Gerüstwerkes im Vergleich zu den herkömmlichen Konstruktionen; die andere betraf die Art und Größe der Spannungszustände in den Glasscheiben und in der Klebeschicht.

In der ersten Phase der Untersuchungen wurden an dem im Maßstab 1 : 2 verkleinerten Modell der Seitewand Dehnungsmessungen mit Hilfe von

Dehnungsmeßstreifen unternommen. Die Glasscheiben waren mit Hilfe des Einkomponentenklebers »Betaseal 171904« [1] an das Metallgerüst geklebt. Die Wahl der zweckmäßigen Stäbe-Anordnung des Fachwerks für das Modell wurde durch eine frühere Versuchsreihe der Verfasser [2] ermöglicht, wo sich von den praktisch möglichen Varianten (Abb. 1) der Typ II als der günstigste erwiesen hatte. An dem genannten Modell wurden Dehnungsmessungen durchgeführt, und die Ergebnisse mit den an einem ohne Fensterscheiben gebauten Modell erhaltenen früheren Meßwerten verglichen.

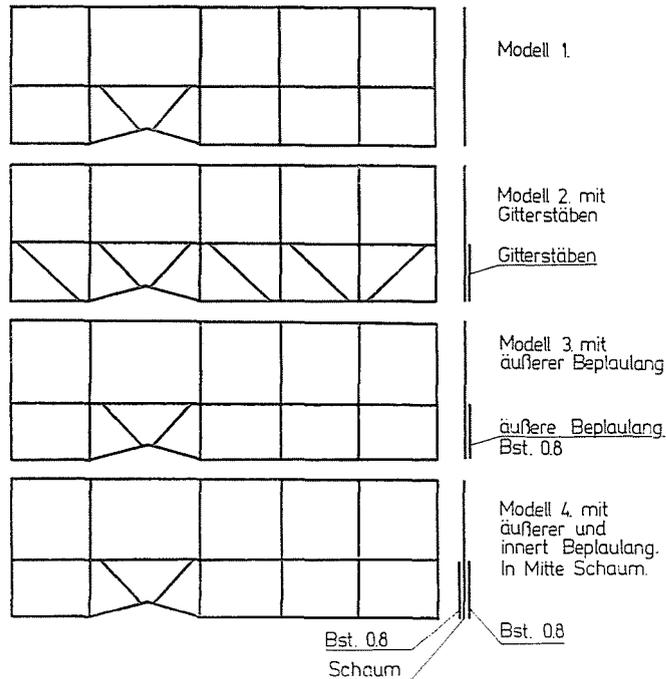


Abb. 1

Um die in den Glasscheiben auftretenden Spannungen zu ermitteln, wurde auch eine optische Spannungsprüfung durchgeführt und es konnte daraus festgestellt werden, daß in diesen eine von der reinen Schubbeanspruchung wesentlich abweichende, zusammengesetzte Spannungsverteilung zustande kommt.

Im zweiten Teil der Untersuchungen wurde versucht, ein Näherungsverfahren für die Berechnungen auszuarbeiten, das gestattet, aufgrund der elementaren Festigkeitslehre verhältnismäßig einfach und dennoch mit hinreichender Genauigkeit die Beanspruchungen der Konstruktion zu ermitteln.

Die Genauigkeit der unter Anwendung verschiedener mathematischer Modelle erhaltenen Spannungswerte wurde durch einen Vergleich mit den Meßergebnissen beurteilt.

2.1 Ergebnisse der Dehnungsmessung mit Dehnungsmeßstreifen

Auf das Modell vom ausgewählten Typ II wurden 100 Dehnungsmeßstreifen aufgeklebt, u. zw. auf die Glasscheiben 17 Rosettenstreifen (51 Meßstellen) und weitere 49 Dehnungsmeßstreifen auf die Gerüststäbe. Abb. 2 zeigt die schematische Anordnung und die Numerierung der Dehnungsmeßstreifen. Die Messungen wurden unter wachsenden äußeren Kräften in mehreren Stufen durchgeführt.

Den Meßwerten ließ sich entnehmen, daß in den Stäben der Seitenwand mit aufgeklebten Glasscheiben im Verhältnis zu den Spannungen in dem Bauteil herkömmlicher Ausführung eine Spannungsverminderung von 30 bis 40% erfolgt. An einigen Stellen (z.B. bei dem Meßstreifen No 95) liegt jedoch eine Änderung in entgegengesetztem Sinne vor, d. h. eine Spannungserhöhung. (Die letztere Änderung ist im übrigen nicht von Belang, da es sich immer um im Absolutwert geringfügige Spannungszunahmen handelte.)

Nach den statischen Messungen wurden am Bauteil Dauerschwingversuche durchgeführt, aus deren Ergebnis noch günstigere Schlüsse als die obigen (statische Messungen) gezogen werden konnten: Bei den Modellen mit geklebter Verglasung ist mit einer um 70 bis 80% höheren erwartungsmäßigen Lebensdauer zu rechnen als bei den herkömmlichen Seitenwänden.

2.2 Die Ergebnisse der spannungsoptischen Prüfung

Wie bereits einführend gesagt, wurde die spannungsoptische Prüfung an einem verkleinerten Modell unternommen, um die in den Glasscheiben auftretenden Spannungen zu ermitteln. Die Dicke des optisch sehr empfindlichen, durchsichtigen Spezialkunststoffes als Ersatz für das Glas mußte so gewählt werden, daß mitsamt den Querschnittsangaben der Textilbakelit-Stäbe für das Modell-Gerüstwerk — unter Berücksichtigung auch der abweichenden Elastizitätsmoduln — das bezügliche Modellgesetz [4] eingehalten wird. Es gelang jedoch nicht, den ohnehin allzu weichen Klebstoff zwischen Glas und Gerippe im Modell durch ein dem Modellgesetz entsprechendes, noch viel elastischeres Material zu ersetzen. Der zu weiche Klebstoff hätte nämlich keine wesentliche Spannung auf das optische Modellmaterial übertragen, und man hätte selbst den Schwellenwert der meßbaren optischen Wirkung nicht erreicht. Daher wurde hier ein Zweikomponenten-Kunstharz (Araldit) verwendet, das — auf den ursprünglichen Konstruktionsteil zurückgerechnet — so wirkte, als ob praktisch das Glas an das Metallgerippe »geschweißt« worden wäre.

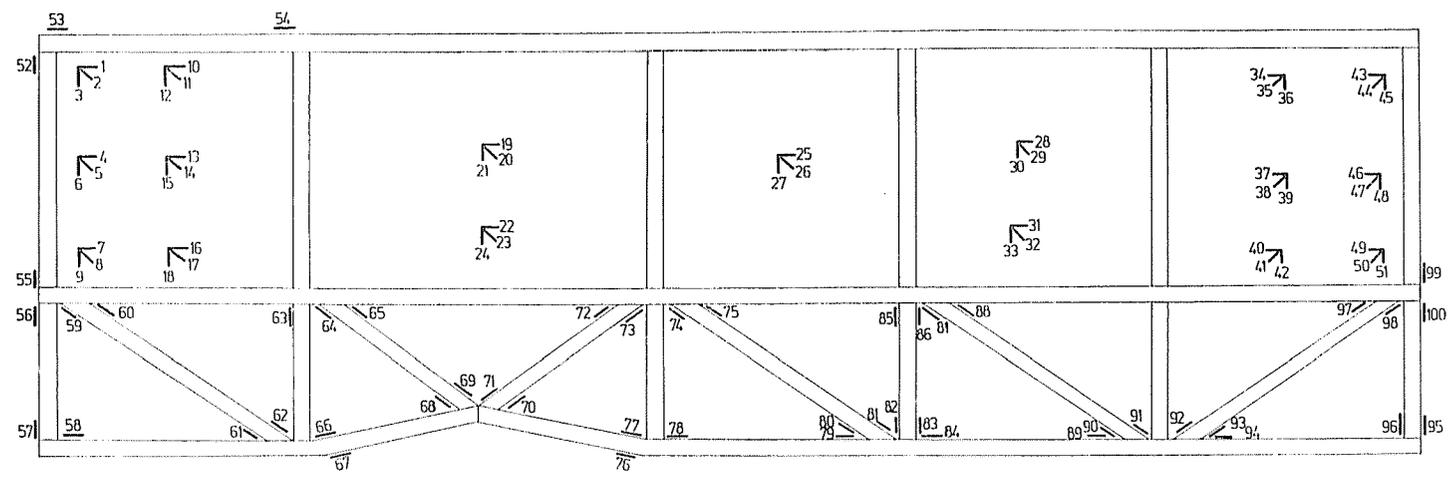
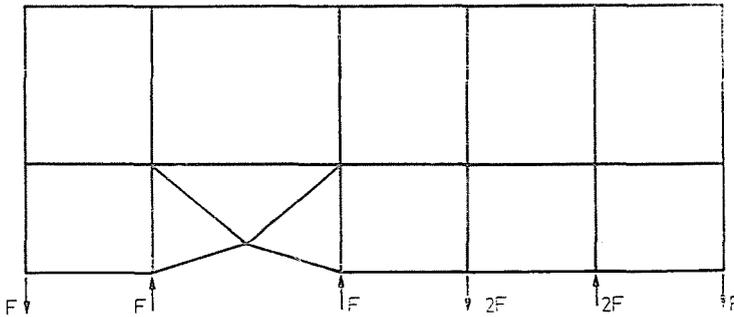


Abb. 2

Die Belastungsskizze des spannungsoptischen Modells ist in Abb. 3 zu sehen.

Durch die numerierten Kurven, die sog. Isoklinen, in Abb. 4 sind die Punkte des Glasscheiben verbunden, wo die Neigungswinkel der entsprechenden Spannungshaupttrichtungen gleich sind. Die Ziffern neben den Kurven bedeuten die durch die Haupttrichtungen und die x- bzw. y-Achse gebildeten Winkel in Graden.



Belastungsprinzip

Abb. 3

Die Linien in Abb. 5, die sog. Isochromaten, verlaufen durch die Punkte des Modells, wo die Differenzen der Hauptspannungen konstant sind. Bei der Durchleuchtung mit polarisiertem Licht erscheinen diese Linien als voneinander gut trennbare, farbige Streifen. Mit Hilfe des aus dem Modellmaterial hergestellten Zugkörpers wurden die zu den einzelnen Farben gehörenden Spannungswerte im voraus bestimmt, so daß die Isochromaten durch die Zahlenwerte der geeichten Spannungen bezeichnet werden konnten. Neben den Kurven in der Abbildung wurde die Hälfte der Differenz der beiden Hauptspannungen, d. h. die Höchsts Schubspannung eingetragen.

In Anlehnung an das Modellgesetz wurden die erhaltenen Ergebnisse auch auf den Bauteil im Maßstab 1 : 2 umgerechnet, und als Ergebnis der Berechnung wurde das Verhältnis 1 : 19 der im Modellmaterial bzw. in der originalen Glasscheibe auftretenden Schubspannungen auf eine äußere Last ($F = 1000 \text{ kp}$) bezogen erhalten.

Aus der Lage der Isoklinen und Isochromaten läßt sich übrigens auch ohne eingehende Auswertung feststellen, daß in den Glasscheiben nicht nur ein konstanter Querkraftfluß auftritt, sondern auch aus Biegemomenten beträchtliche Spannungen entstehen. Das ist besonders bei der Glasscheibe No. 2 augenfällig, die sich im auf reine Biegung beanspruchten Teil der Konstruktion befindet, und in der — wie es in der Abbildung zu sehen ist — gleichgroße Spannungen anfallen, wie in den anderen Teilen.

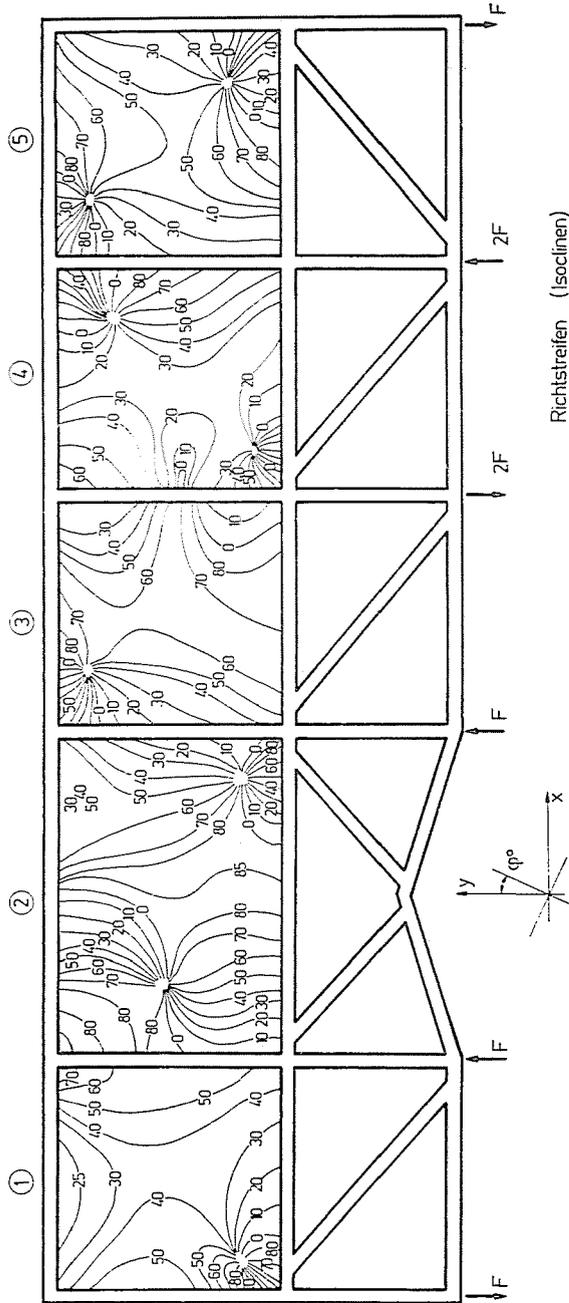
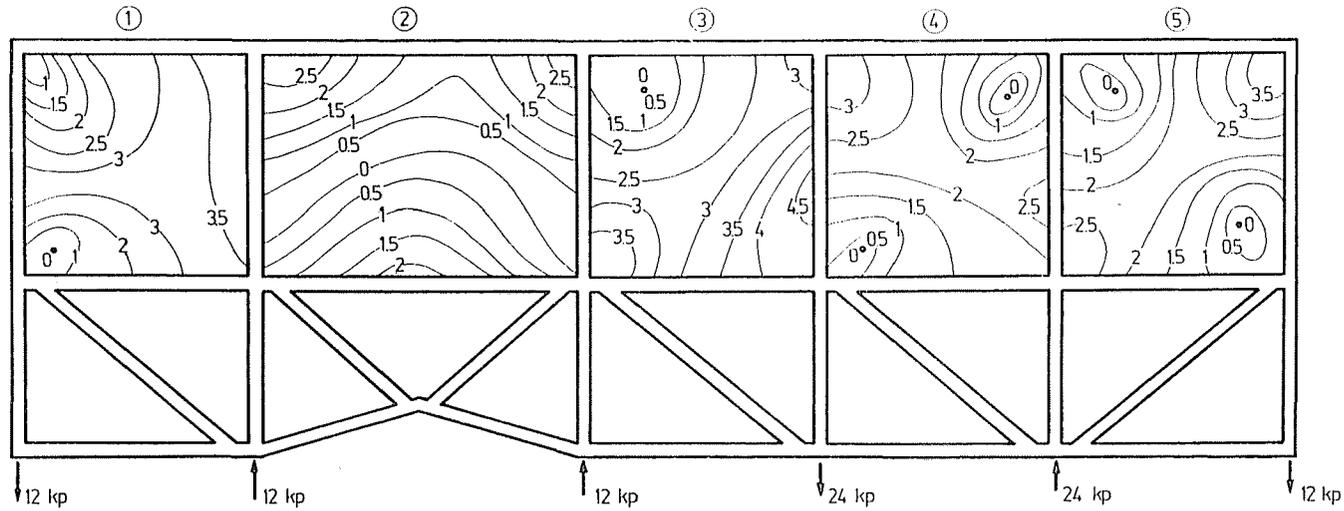


Abb. 4



Gleicher Spannungslinien (Isocromaten)

(Die Ziffern bedeuten die scher Spannungswerten in kp/cm²)

Abb. 5

3. Mathematische Modelle und deren Bewertung

Für die rechnerische Bestimmung der Beanspruchungen wird stets ein vereinfachtes theoretisches Modell des ursprünglichen Bauteils benutzt, das unter Beibehaltung der wesentlichen Konstruktionselemente ermöglicht, mehrere, die Berechnung erleichternde oder deren Eindeutigkeit gewährleistende Bedingungen zur Geltung zu bringen.

Für die rechnerische Ermittlung der Beanspruchungen der Seitenwand mit geklebten Glasscheiben wurden zahlreiche theoretische Modelle konstruiert, und — wie auch zu erwarten war — mußte festgestellt werden, daß annähernd genaue Beanspruchungen in allen Elementen des Bauteils nur mit Hilfe von immer verwickelter aufgebauten Modellen und mit zunehmendem Rechenaufwand ermittelt werden können. Wir setzten uns das Ziel, ein »optimales Modell« zu suchen, das Ergebnisse von praktisch hinreichender Genauigkeit liefert und verhältnismäßig wenig Rechenarbeit erfordert.

Bei jedem theoretischen Modell wurde ein ebenes Kräftespiel angenommen, d. h. es wurden die zusätzlichen Beanspruchungen vernachlässigt, die daraus herrühren, daß die Glasscheiben auf die eine Seite des Bauteils aufgeklebt — also asymmetrisch eingeordnet — sind.

3.1 Annahme eines reinen Querkraftflusses in den Fensterfeldern

Eine Variante des als Grundlage für die Berechnung dienenden Modells ist in Abb. 6 dargestellt. Hier wurde die Rolle der Glasscheiben als gleich der Rolle der Metallfelder betrachtet, mit der Abweichung, daß die Schubsteifigkeit aus dem tatsächlichen Gleitmodul des Glases berechnet wurde. Die Wirkung der Deformation der Klebschicht zwischen Glasscheibe und Metallgerüst wurde außer acht gelassen. Die übliche Annahme eines konstanten Querkraftflusses bedeutet auch, daß in den die Fensterfelder umrahmenden Stäben nur die Normalkräfte berücksichtigt werden, und die versteifende Wirkung der ursprünglich ecksteifen Stabverbindungen vernachlässigt wird. In den Knotenpunkten des Fachwerks unter den Glasfeldern können sowohl gelenkige als auch ecksteife Verbindungen vorausgesetzt werden, je nachdem, ob die Beanspruchungen mit mehr oder weniger Rechenarbeit, mit geringerer oder höherer Genauigkeit bestimmt werden sollen.

Im ersteren Falle wird bei sämtlichen Stäben des Bauteils nur mit dem Auftreten von Normalkräften gerechnet, im letzteren Falle können auch die Biegemomente und Querkräfte ermittelt werden, wobei durch letztere die berechneten Spannungen in den Stäben wesentlich verändert werden.

Nach der gelenkigen Modellausgestaltung erhält man für die berechnete Schubbeanspruchung der Glasscheiben etwa das 20- bis 25fache der Meßwerte. Diese auffallend große Abweichung läßt sich vor allem durch das Außeracht-

lassen der Formänderung der Klebeschicht erklären. Es ist jedoch bemerkenswert, daß sich die berechnete Schubbeanspruchung den Glasscheiben nur um einige Prozente verminderte, wenn in den Fachwerkknotenpunkten statt Gelenken ecksteife Verbindungen angenommen wurden.

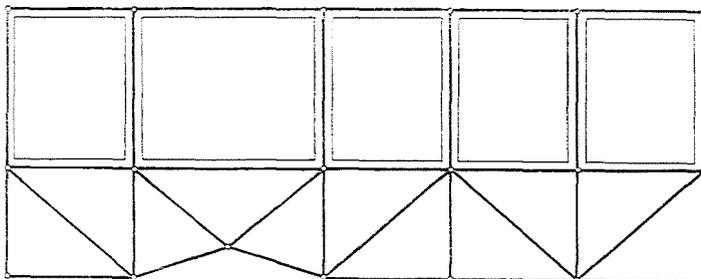


Abb. 6

Die Normalkräfte in den Fachwerkstäben ergaben sich sowohl in der gelenkigen als auch in der ecksteifen Herausbildung des Modells kleiner als die tatsächlichen, was mit der Überbewertung der tragenden Funktion der Glasscheiben zusammenhängt.

Ein Vergleich der gemessenen und berechneten Gerüstspannungen hat nur beim ecksteifen Modell Sinn, da die Dehnungsmeßstreifen größtenteils an den gegen Biegung empfindlichen Stellen aufgeklebt waren. Aus dem Vergleich läßt sich feststellen, daß die berechneten Spannungswerte an den meisten Stellen höher als die Meßwerte sind. Dieses auf den ersten Blick überraschende Ergebnis kann mehrere Ursachen haben. Die eine Ursache mag sein, daß im Rechenmodell die Verbindung der Stabachsen als zentrisch angesetzt wurde, in wirklichen Bauteilen hingegen die Stäbe in den Knotenpunkten exzentrisch angeschlossen sind, und dieser Umstand — bei zweckdienlicher Anordnung — eine momentenvermindernde Wirkung hat. Eine andere Ursache besteht darin, daß sich die berechneten Spannungen auf die theoretischen Stabenden beziehen, die Dehnungsmeßstreifen jedoch aus meßtechnischen Gründen nur in mehr oder weniger großen Entfernungen von den theoretischen Knotenpunkten angebracht werden können. Der Großteil der Abweichungen stammt jedoch daher, daß alle Dehnungsmeßstreifen auf Stabflächen aufgeklebt waren, die senkrecht auf die Seitenwandebene stehen, die in der Nähe der Anschlußstellen — infolge konstruktiver Eigenschaften der Rohre — wesentlich elastischer als die zur Konstruktionsebene parallelen Flächen sind.

Bei dem beschriebenen Modell wurde die Elastizität der Klebeschicht außer acht gelassen und daher der Versteifungswirkung des Glasfeldes eine größere Rolle zugeschrieben als diese tatsächlich ist. Diese Vernachlässigung wäre nur im Falle eines Klebers mit der gleichen Steifigkeit wie die des Glases gerechtfertigt, der Gleitmodul des Klebers unterschreitet jedoch um meh-

rere Größenordnungen den des Glases. Die im vorigen vernachlässigte Wirkung kann wie folgt berücksichtigt werden.

Wird auch weiterhin angenommen, daß in den Glasfeldern reine Schubbeanspruchung einsteht, ergibt sich die Schubspannung in der Klebeschicht, parallel zu den Seitenkanten der Glasscheiben zu (Abb. 7):

$$\tau_{Kl} = \frac{t}{s} = \frac{\tau_{Gl}v}{s}. \quad (1)$$

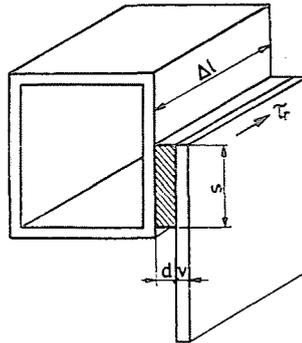


Abb. 7

Daher beträgt die in einem Teil der Länge Δl der Klebeschicht aufgespeicherte Formänderungsenergie:

$$L_{Kl} = \frac{1}{2G_{Kl}} \tau_{Kl}^2 d \cdot s \cdot \Delta l = \frac{1}{2G_{Kl}} \frac{t^2}{s} d \cdot \Delta l. \quad (2)$$

Bei der Berechnung nach der Kraftmethode ist es zweckdienlich, anhand der obigen Zusammenhänge den Zusatz für die Fensterfelder im Ausdruck der Deformation (δ_{ik}) auf Wirkung der Einheitsbelastung in folgender Weise zu berücksichtigen:

$$\delta_{ik} = \frac{t_i t_k A_{Gl}}{G_{Gl} v} + \frac{t_i t_k l d}{G_{Kl} s}. \quad (3)$$

Dabei bedeuten:

- t_i, t_k den Querkraftfluß auf Wirkung der i -ten bzw. k -ten Einheitslast
- A_{Gl} die Fläche des Fensterfeldes
- v, d die Dicke des Glases bzw. der Klebeschicht
- s, l die Breite bzw. die Länge der Klebeschicht (\approx Umfang des Glasfeldes)
- G_{Gl}, G_{Kl} der Gleitmodul des Glases bzw. des Klebers.

Führen wir die Bezeichnung

$$\Phi = 1 + \frac{ldvG_{Gl}}{A_{Gl}sG_{Kl}} \quad (4)$$

ein, dann wird (3) die folgende einfachere Form annehmen:

$$\delta_{ik} = t_i t_k \frac{A_{Gl}}{G_{Gl}v} \Phi. \quad (5)$$

Mit Hilfe der Matrizengleichung [5] für die Modifikation von statisch unbestimmten Konstruktionen läßt sich das Problem — auch ohne die volle Berechnung zu wiederholen — nach verschiedenen Φ -Werten auflösen. Die Modifikationsberechnung wurde nach vielen Φ -Werten durchgeführt, und aus den Ergebnissen wurde festgestellt, daß sich zwar die so berechneten Spannungen den Meßwerten nähern, die Abweichung jedoch selbst bei einem den tatsächlichen Verhältnissen entsprechenden Φ beträchtlich bleibt.

Ein wesentlicher Fehler des derartigen Rechenmodells ist, daß im Glasfeld eine ständige Querkraftflußverteilung angenommen wird, was jedoch weder qualitativ noch quantitativ für die Beschreibung des tatsächlichen Kräfteverlaufes geeignet ist. Bei diesem Modell werden ferner die steifen Eckverbindungen der Gerüststäbe an den Seiten der Glasfelder außer acht gelassen, obwohl deren Versteifungswirkung von ähnlicher Größenordnung ist wie die der geklebten Glasfelder.

3.2 Ersetzen der Fensterfelder durch einen Balkenträger

Werden die Elastizitätseigenschaften der gesamten Seitenwand untersucht, kann der obere Vierendel-artige Trägerteil mit Glasfeldern durch einen einzigen Balkenträger der Länge l und der Höhe b ersetzt werden (Abb. 8). Die Verbindung des Ersatzbalkens und der Stäbe des darunter

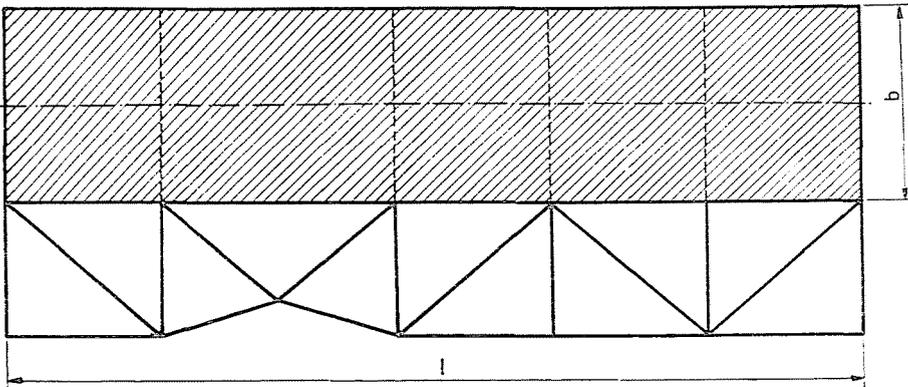


Abb. 8

befindlichen Fachwerks kann auch hier gelenkig oder ecksteif modelliert werden. Mit Hilfe eines solchen Modells lassen sich lediglich die im unteren Fachwerk anfallenden Beanspruchungen bestimmen, für die Berechnung der in den Glasfeldern, in der Klebeschicht oder in den Stäben des Oberteils (Fensterrahmen) auftretenden Spannungen ist es nicht geeignet. Die äquivalenten Zug-, Biege- und Schubsteifigkeiten des Ersatzbalkens werden nach den untenstehenden Zusammenhängen berechnet. (Diese wurden dem im nächsten Abschnitt behandelten Kräftespiel entsprechend unter Anwendung einiger Vereinfachungsannahmen abgeleitet.)

Die gleichwertige Zugsteifigkeit ergibt sich bei einem Fensterfeld der Breite a zu:

$$\left. \begin{aligned} (AE)_{\text{red}} &\cong \frac{2A_{St} E_{St}}{1 - \frac{1}{\varphi_N} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{3} \right)}; \text{ und} \\ \varphi_N &= \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{3} \right) \left(1 + \frac{2A_{St}}{bv} \cdot \frac{E_{St}}{E_{Gl}} \right) + \frac{4A_{St}d}{sa^2} \cdot \frac{E_{St}}{G_{Kl}}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Dabei bedeuten:

$\alpha = \frac{a}{b}$ den Seitenverhältnis des Fensterfeldes

E_{St} das Elastizitätsmodul des Werkstoffes der Stahlstäbe.

Der Ausdruck für die gleichwertige Biegesteifigkeit lautet:

$$\left. \begin{aligned} (JE)_{\text{red}} &\cong \frac{b^2 A_{St} E_{St}}{2 \left(1 - \frac{1 + \alpha}{3\varphi_M} \right)}; \text{ und} \\ \varphi_M &= (1 + \alpha) \left(\frac{1}{3} + \frac{E_{St}}{E_{Gl}} \cdot \frac{2A_{St}}{bv} \right) + \frac{E_{St}}{G_{Kl}} \cdot \frac{4A_{St}d}{sab}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Bei Schubbeanspruchung wird der äquivalente Steifefaktor unter Berücksichtigung der Elastizitätswerte des Glases, des Klebers und des Rahmens berechnet:

$$\left. \begin{aligned} (AG)_{\text{red}} &\cong \frac{bvG_{Gl}}{\varrho_T} + \eta \frac{24J_{St}E_{St}}{a^2}; \text{ und} \\ \varrho_T &= 2 \left(1 + \frac{\alpha}{3} \right) \left[1 + \frac{G_{Gl}}{\alpha E_{Gl}} + \frac{4dvG_{Gl}}{asG_{Kl}} + \frac{1 + \frac{\alpha}{3}}{1 + 3\alpha} \left(1 + \frac{\alpha G_{Gl}}{E_{Gl}} + \frac{4dvG_{Gl}}{bsG_{Kl}} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

wo η ein teils von dem Maßverhältnis (α) des Fensterfeldes, teils von der Form des Querkraftdiagramms abhängiger Faktor ist. (Es empfiehlt sich, einen Näherungswert von 0,9 anzusetzen.)

Diese Methode der Modellbildung läßt sich zweckdienlich für Berechnungen verwenden, wo das Zusammenwirken der Seitenwände und des ganzen Wagenkastens, z. B. die Verbindungskräfte zwischen den Hauptteilen bestimmt werden sollen. Die Methode eignet sich auch für die Berechnung der Beanspruchungen in den Fachwerkstäben unterhalb der Fensterfelder, man erfährt jedoch mit ihrer Hilfe nichts Näheres über die tatsächlichen Spannungen in den Glasscheiben und in der Klebeschicht.

Neben der Betonung der praktischen Brauchbarkeit dieser Methode ist jedoch zu erwähnen, daß die Elastizitätseigenschaften der durch einen Balken ersetzten Konstruktion viel verwickelter sind, als daß sie sich durch 3 Steifangaben kennzeichnen ließen. Die tatsächlichen Formänderungen der einzelnen Fensterfelder werden nicht nur durch die lokalen Beanspruchungen bestimmt, sondern sie werden in gewissem Maße auch durch die in den Nachbarfeldern wirkenden Beanspruchungen beeinflusst. Bei der Ableitung der Formeln (6) bis (8) wurden die Wirkungen der weiter entfernten Beanspruchungen nicht berücksichtigt, bzw. wurde mit dem Durchschnittswert ihres Einflusses gerechnet.

3.3 Berücksichtigung der komplexen Deformation der Klebeschicht bei der Bestimmung des Kräfteverlaufes

Die Elastizität des zwischen den Glasscheiben und dem Metallgerüst eine Verbindung herstellenden Klebers ist um mehrere Größenordnungen höher als die Elastizität sowohl des Stahls als auch des Glases. Es ist also zu erwarten, daß durch eine genauere Erfassung der Deformationen des Klebers als bisher der Verlauf der inneren Kräfte im Bauteil wesentlich verändert wird.

Die dynamische Rolle des Klebers sollte durch die gemeinsame Deformation des Fensterfeldes bzw. des mit diesem verbundenen Stahlgerüsts in Abb. 9 veranschaulicht werden (stark verzerrte Darstellung). In der Skizze ist wahrzunehmen, daß die Glasscheibe der Deformation des Rahmens nicht genau folgen kann. Der Unterschied zwischen den beiden Deformationen wird durch die Deformation der Klebeschicht überbrückt, in der eine dem Bewegungsunterschied verhältnismäßige Schubbeanspruchung entsteht.

Die Bewegung der einzelnen Rahmenstäbe äußert sich in der Richtungsänderung der Verbindungsgeraden der Endpunkte und in der Krümmung der ursprünglich geraden Stabachse. Bei der Glasscheibe entstehen Verschiebung und Verdrehung wie bei einem starren Körper sowie eine geringfügige Formänderung. Unter Berücksichtigung dieser Umstände wurde die Verteilung der

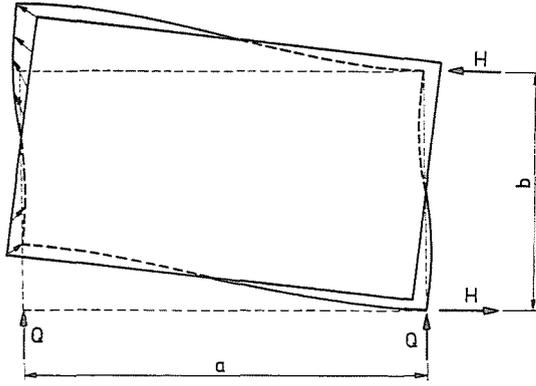


Abb. 9

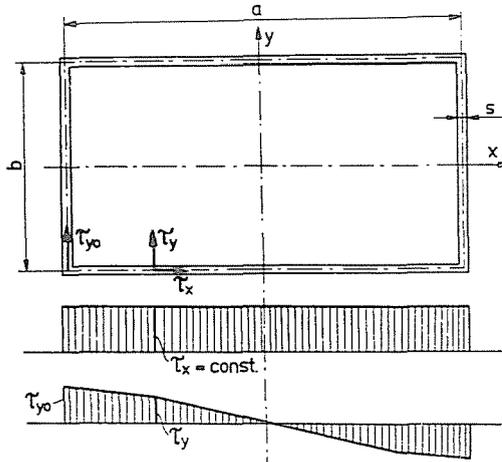


Abb. 10

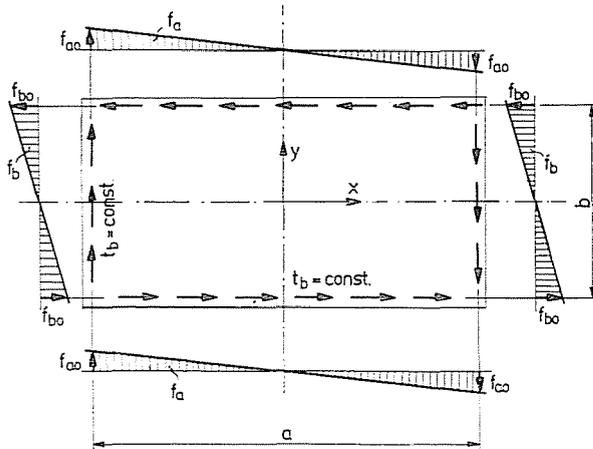


Abb. 11

tatsächlichen durchschnittlichen Schubspannungen in der Klebeschicht in Abb. 10 schematisch dargestellt. Nimmt man an, daß die Längenänderung der Kanten des Stabes bzw. der Glasscheibe im Vergleich zu anderen Bewegungen vernachlässigbar klein ist, wird die Verteilungskurve der Konstanten τ_x und τ_y an der in der Zeichnung hervorgehobenen Unterkante ähnlich der relativen Deformation der elastischen Faser des Stabes und des Randes der Glasscheibe sein. Im weiteren soll letztere Kurve — zur Vereinfachung der Berechnungen — durch eine Gerade angenähert werden.

Reduzieren wir weiterhin die in dem Klebrestreifen der Breite s auftretenden Schubspannungen auf die Mittellinie des Streifens, dann ergeben sich die Intensitäten der beiden Komponenten der linienförmig verteilten Ersatzlast zu:

$$t = \tau_x s.$$

$$f = \tau_y s.$$

Nach Einführen dieser Vereinfachungen erhält man für die auf das Glas wirkenden Linienkräfte die Verteilung in Abb. 11. Es ist offenbar, daß in den Eckpunkten des Glases (z. B. in der linken unteren Ecke nach der Abbildung) die Intensitäten sowohl der zu der unteren waagerechten Kante parallelen als auch der auf die Vertikalkante senkrechten Linienkräfte gleich sind:

$$t_a = f_{b0} = \tau_x s$$

und in senkrechter Richtung auf diese:

$$t_b = f_{a0} = \tau_y s.$$

Die Verteilung des den Glasrand entlang wirkenden Kräftesystems kann also durch nur zwei Angaben, durch t_a und t_b gekennzeichnet werden. Auch diese beiden Daten sind jedoch voneinander nicht unabhängig, da ja die Glasscheibe auf Wirkung des an ihrem Rand angreifenden Kräftesystems in Gleichgewicht ist; daher kann z. B. anhand der Momentengleichung für die z-Achse angeschrieben werden:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma M_z = t_a ab - t_b ba + 2t_a \frac{b}{2} \frac{1}{2} \frac{2}{3} b - 2t_b \frac{a}{2} \frac{1}{2} \frac{2}{3} a = 0; \\ \text{daraus erhält man:} \\ t_a = t_b \frac{3 + a/b}{3 + b/a} = t_b \frac{3 + \alpha}{3 + 1/\alpha}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\text{wo } \alpha = \frac{a}{b}.$$

Als Ergebnis der Ableitung erhielten wir die aufeinander senkrechten Seitenkanten der Glasscheibe entlang Linienschubkräfte verschiedener Intensität (die Bedingung $t_a = t_b$ wird nur bei quadratischen Glasplatten erfüllt), und daher ist bei den Ecken der Glasscheiben die notwendige Bedingung der Dualität der Schubspannungen scheinbar nicht erfüllt. Wird jedoch der Umstand berücksichtigt, daß die Linienkräfte eigentlich über den Kleber-

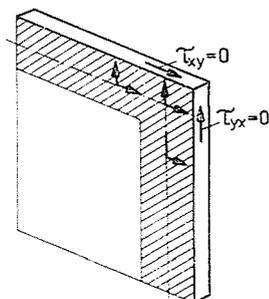


Abb. 12

streifen der Breite s als verteilte Oberflächenlast auf die Seitenfläche des Glases übertragen werden (Abb. 12), ist einzusehen, daß die tatsächlichen Glasscheibenränder nirgends belastet sind, und daher auch für die aufeinander senkrechten Flächen bei den Ecken

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = 0$$

gilt.

Die genaue Größe der tatsächlichen Schubspannungen im Inneren der Glasscheibe kann im Prinzip unter Anwendung der aus der Elastizitätslehre bekannten Differentialgleichungen aus der als bekannt betrachteten äußeren Last, d. h. aus der den Streifen der Breite s entlang wirkenden Schubspannung [6] bestimmt werden. Die so ermittelten inneren Schubspannungen befriedigen offenbar auch die Forderung des Dualitätsprinzips.

Nachdem die Art der in der Klebeschicht auftretenden Spannungen geklärt ist, kann die Berechnung der gesamten Seitenwand nach der Kraftmethode erfolgen:

- Durch jedes Fensterfeld wird die statische Unbestimmtheit des Systems um einen Grad erhöht, da das der angenommenen linearen Verteilung entsprechend in der Klebeschicht bzw. am Glasrand wirkende Kräftesystem durch eine einzige Angabe (z. B. t_b) determiniert wird. Die Auflösung der Unbestimmtheit (Auswahl eines Grundsystems) erfolgt, indem man die Klebeschicht in Gedanken durchschneidet (das Glas von dem Metallgerüst trennt). Die Annahme einer Einheitslast bedeutet in diesem Falle den Ansatz von $t_b = 1$ und das Eintragen einer propor-

tionalen Kraftverteilung nach sowohl im Abb. 11 Glas als auch in dem Metallgerüst.

— Bei den Stäben des Gerippes wird die Unbestimmtheit in der gleichen Weise aufgelöst.

Die Formänderungsarbeit der Klebeschicht wird bei den Gleichungen der Kraftmethode wie folgt berücksichtigt:

$$L_{Kl} = \frac{d}{2sG_{Kl}} \int_{(k)} t^2 ds = \frac{d}{2sG_{Kl}} \left[t_a^2 2a + t_b^2 2b + 4t_a^2 \frac{b}{6} + 4t_b^2 \frac{a}{6} \right].$$

Durch Einführen der Bezeichnung $\alpha = \frac{a}{b}$ und Durchführen der Operationen erhält man:

$$L_{Kl} = \frac{bd}{2sG_{Kl}} t_b^2 \frac{2}{3} (3 + \alpha) \left[1 + \left(\frac{3 + \alpha}{3 + \frac{1}{\alpha}} \right)^2 \right]. \quad (10)$$

wo d die Dicke der Klebeschicht, s die Breite des Kleberstreifens und G_{Kl} den Schubmodul bedeuten.

Mit guter Näherung wird die Formänderungsarbeit des Glases mit Hilfe der Formel

$$L_{Gl} = \frac{ab}{v} \left[\frac{t_a^2 + t_b^2}{18E_{Gl}} + \frac{(t_a + t_b)^2}{8G_{Gl}} \right] \quad (11)$$

berücksichtigt.

Nach dem beschriebenen Verfahren erhält man für die Beanspruchungen des Glases und der Klebeschicht nur dann richtige Werte, wenn die das Glas umrahmenden Stäbe keiner Längenänderung unterliegen. Bei auf Zug oder Druck stark beanspruchten Stäben ergibt die Zusammenarbeit mit dem Glas eine Stabkraftverminderung von einigen Prozenten, die für den Stab nicht besonders stark ist, jedoch die Beanspruchung des Glases wesentlich erhöht.

Die Zusammenarbeit läßt sich in der Weise berücksichtigen, daß die Querschnittsflächen der mit der Glasscheibe verbundenen Stäbe um ΔA_{St} vergrößert werden.

Bei den waagerechten Gurtstäben beträgt die Vergrößerung

$$\Delta A_{St} \cong \frac{G_{Kl}}{E_{St}} \frac{as}{2v_{Kl}} \left(\frac{b}{3} + \frac{a}{6} \right) \quad (12)$$

und bei den senkrechten Stäben:

$$\Delta A_{St} \cong \frac{G_{Kl}}{E_{St}} \frac{bs}{2v_{Kl}} \left(\frac{a}{3} + \frac{b}{6} \right) \quad (13a)$$

bzw.

$$\Delta A_{St} \cong \frac{G_{Kl}}{E_{St}} \frac{bs}{2v_{Kl}} \left(\frac{a_1 + a_2}{3} + 2 \frac{b}{6} \right) \quad (13b)$$

je nach dem, ob sich der Stab am Rand des Bauteils (13a) oder in Zwischenstellung (13b) befindet.

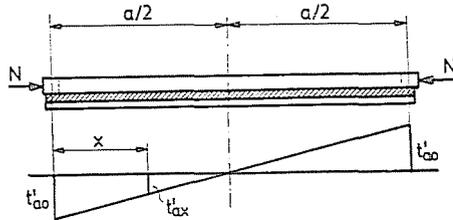


Abb. 13

Die Formeln wurden in der Annahme abgeleitet, daß der Schubmodul des Klebers im Vergleich zu dem Schubmodul des Glases sehr klein ist:

$$\frac{G_{Kl}}{E_{Gl}} \ll 1.$$

Im entgegengesetzten Falle ergeben sich viel verwickeltere Formeln.

Infolge der Zusammenarbeit der Glasscheibe mit dem Stahlstab entstehen in der Klebeschicht über die bisher behandelten Schubkräfte hinaus noch weitere Zusatzkräfte, deren Verteilung — durch einen linearen Zusammenhang angenähert — durch das System der Linienkräfte in Abb. 13 berücksichtigt werden kann.

Die Intensität der auf die Mittellinie der Klebeschicht bezogenen, zu der Stabachse parallelen Schubspannung wird nach der Formel

$$t'_{a0} = \frac{N_{\text{mittel}}}{A_{St} + \Delta A_{St}} \frac{G_{Kl}}{E_{St}} \frac{as}{2v_{Kl}} \quad (14)$$

berechnet, wo N_{mittel} den Mittelwert der im untersuchten Stab auftretenden, veränderlichen Normalkraft bedeutet.

Die Spannungen im Glase in der Nähe des Randes werden aus dem verteilten Linienkräftesystem in der Mittellinie der Klebeschicht errechnet

Die im letzten Abschnitt beschriebene Modellbildung ist im Vergleich zu den vorigen viel verwickelter, ermöglicht jedoch, sämtliche das Kräftespiel des Systems beeinflussende, wesentliche Parameter zu berücksichtigen. Die statische Unbestimmtheit des Systems ist zwar — im Vergleich zu der Un-

bestimmtheit des Modells aufgrund der Annahme eines konstanten Querkraftflusses — um 4 Grad je Fensterfeld höher, jedoch lassen sich infolgedessen auch die Biegebeanspruchungen der Fensterrahmen berechnen. Die Schubspannungen in der Klebeschicht können sowohl parallel zu der Seitenkante als auch senkrecht auf diese bestimmt werden.

4. Zusammenfassung

Bei der Festigkeitsberechnung der Gerüstkonstruktion von Omnibussen wurde bisher die tragende Rolle der Fensterscheiben nicht berücksichtigt, obwohl auch das Glas tatsächlich an dem Kräftespiel des Systems teilnimmt. Im Beitrag werden verschiedene, als Grundlage für die Berechnung dienende Modelle beschrieben, deren Brauchbarkeit durch Meßwerte unterstützt bewertet wird. Durch den Vergleich der verschieden verwickelten Modelle läßt sich feststellen, daß zuverlässige Beanspruchungswerte für sämtliche Bauteile der Konstruktion (Metallgerüst, Glas, Kleber) nur durch die Anwendung immer komplexerer Modelle gewonnen werden können. Das beschriebene Modell beruht auf einer Anzahl vereinfachender Annahmen, die jedoch die Ermittlung der Beanspruchungen noch mit einer für die Praxis zulässigen Ungenauigkeit gestatten.

Literatur

1. Untersuchung der Tragfähigkeit von an die Gerüstkonstruktion geklebten Fensterscheiben.* Gutachten, Forschungsinstitut für Kraftwagenindustrie, Budapest, 1974.
2. Untersuchung einer Seitenwand mit geklebten Glasscheiben.* Gutachten, I. Teil. TU Budapest, Lehrstuhl für Mechanik, Budapest, 1974.
3. Untersuchung einer Seitenwand mit geklebten Glasscheiben.* Gutachten, II. Teil. TU Budapest, Lehrstuhl für Mechanik, Budapest, 1975.
4. SPEER, S.: Experimentelle Spannungsanalyse. BSB B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Weimar, 1971.
5. NÁNDORI, E.: Járűűvek, Mezőgazdasági Gépek 21 (1974) 366—370.
6. VÖRÖS, G. M.: Periodica Polytechnica. Vol. 18 (1974) 113—121.

Dr. Attila FEKETE

Dr. Tibor FEKETE

Dr. József GEDEON

Dr. Albert KERESZTES

Prof. Dr. Pál MICHELBERGER

Dr. Ernő NÁNDORI

Dr. Béla SÁLYI

} 1450 Budapest, Pf. 93 Ungarn

* In ungarischer Sprache