

DIE LÖSUNG DER DIFFERENTIALGLEICHUNG DER ZUGBEWEGUNG AUF DER ELEKTRONISCHEN RECHENANLAGE

Von

K. HORVÁTH und J. VAJDA

Lehrstuhl für Schienenfahrzeuge, Technische Universität Budapest

(Eingegangen am 28. 12. 1973)

I. Einleitung

Im technischen Leben nimmt die Anwendung der Mathematik und der elektronischen Rechenanlagen ständig zu. Aus diesem Anlaß beschäftigten wir uns mit der Lösung fahrdynamischer Berechnungen mittels elektronischer Analog- und Digitalrechner. Die Prinzipien der Aufgabenlösung mit Hilfe von Digitalrechenmaschinen können als allgemein bekannt vorausgesetzt werden, die Analogrechenmaschine wird aber in Ungarn weniger angewendet.

Die vorteilhaften Eigenschaften beider Rechner — die im Aufbau voneinander vollkommen unterschiedlich sind — werden im sog. Hybridrechner vereinigt, der einen Übergang zwischen dem Analog- und dem Digitalrechner darstellt. Diese Maschine besitzt die relativ einfache Handhabung und große Rechengeschwindigkeit der Analogmaschinen und sie übernimmt von der Digitalmaschine deren Vorteile. Für Steuerungsaufgaben können digitale logische Einheiten verwendet werden, mit deren Hilfe die einzelnen Recheneinheiten getrennt gesteuert werden. Bei der Arbeit benutzten auch wir einen Hybridrechner.

Die erste Bedingung für die Untersuchung jedes physikalischen Systems ist die Aufstellung des mathematischen Modells des Systems, wonach die Ausarbeitung eines günstigen Algorithmus und die Ausarbeitung und das Ausprobieren des Rechenprogramms erfolgt. Auch in diesem Beitrag wurde dieser Gedankengang verfolgt.

2. Das mathematische Modell fahrdynamischer Berechnungen

2.1 Das mathematische Modell der Berechnung von Fahrtdiagrammen

Das sichere Merkmal der Zugbewegung ist die Geschwindigkeit, welche eine Vektorgröße ist. Soll die Bewegung eines Punktes oder Massenpunktes mit der Geschwindigkeit gekennzeichnet werden, muß die Geschwindigkeit durch Raumkoordinaten angegeben werden. Die Bewegung des Zuges wird aber aus zugförderungstechnischer Sicht durch den Verlauf des Absolutwertes der

Geschwindigkeit eindeutig bestimmt, da die Richtung der Zuggeschwindigkeit immer mit der Richtung der Eisenbahnstrecke zusammenfällt. Deshalb genügt die Untersuchung der Geschwindigkeitsgröße, also die der Bahngeschwindigkeit, welche dem ersten Differentialquotienten der Wegfunktion nach der Zeit entspricht. Die Untersuchung der Beschleunigung vereinfacht sich auf die Berechnung des Absolutwertes der Veränderung der Bahngeschwindigkeitsgröße, welche mit der in Bahnrichtung wirkenden Beschleunigung oder mit der sog. Tangentialbeschleunigung identisch ist.

Hinsichtlich der Geschwindigkeit kann die Bewegung des Zuges in zwei Gruppen unterteilt werden:

a) Im Falle *des Betriebs mit konstanter Geschwindigkeit* ist die Geschwindigkeit v konstant, die Beschleunigung a gleich Null.

$$v = \frac{ds}{dt} = \text{const.}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 0.$$

Faßt man die Schienenfahrzeuge als Massenpunkte auf, so sind die auf sie in Bahnrichtung wirkenden Kräfte dem Newtonschen Bewegungsprinzip gemäß im Gleichgewicht, die Antriebskraft ist also mit den in Bahnrichtung wirkenden Widerstandskräften des Fahrzeuges im Gleichgewicht. Diese Kräfte sind die folgenden:

- Z_k [kp] — die durch das Triebfahrzeug entwickelte Zugkraft;
 W [kp] — der Zugwiderstand, welcher dem Gesamtwiderstand des Zuges bei konstanter Geschwindigkeit entspricht;
 F [kp] — die Bremskraft, die während des Betriebes mit konstanter Geschwindigkeit als Bremsung mit konstanter Geschwindigkeit aufgefaßt werden darf.

Die Gleichgewichtsgleichung dieser Kräfte lautet im allgemeinen:

$$Z_k - W - F = 0. \quad (1)$$

b) Während des Betriebes mit *veränderlicher Geschwindigkeit* ändert sich die Geschwindigkeitskomponente in Fahrtrichtung (Bahnrichtung) mit der Zeit, es gelten also

$$v = \frac{ds}{dt} \neq \text{const.} \quad \text{und} \quad a = \frac{dv}{dt} \neq 0.$$

Im Falle $a > 0$, beschleunigt sich der Zug, bei $a < 0$ erfolgt eine Zugverzögerung.

In der Gleichgewichtsgleichung der Kräfte tritt dem II. Newtonschen Prinzip gemäß eine neue Kraft, die Massen- oder Trägheitskraft auf. Für einen Zug mit der Masse m lautet die allgemeine Form der Gleichgewichtsgleichung:

$$Z_k - W - F - m \frac{dv}{dt} = 0. \quad (2)$$

Ein Teil der Zugmasse führt neben der Translationsbewegung auch Rotationsbewegung aus (Räder, Anker der elektrischen Fahrmotoren usw.) daher ist die Korrektur der dynamischen Grundgleichung erforderlich. Wir bezeichnen den Quotienten aus der reduzierten Masse des Fahrzeuges, welche die Wirkung der sich drehenden Teile berücksichtigt, und aus der Fahrzeuggesamtmasse mit γ , womit für die Zugbewegungsgleichung geschrieben werden kann:

$$Z_k - W - F - (1 + \gamma) \cdot m \frac{dv}{dt} = 0. \quad (3)$$

Bei dem *Widerstand W des Zuges* werden zwei größere Teile unterschieden:

a) *Der Grundwiderstand*, unter welchem man denjenigen Widerstand versteht, der auf gerader Strecke in der Ebene bei konstanter Geschwindigkeit gemessen und im folgenden mit W_0 bezeichnet wird. Der Quotient aus dieser Größe und aus dem Zuggewicht G wird mit w_0 bezeichnet und spezifischer Wert des Grundwiderstandes genannt.

b) *Die zusätzlichen Widerstände:*

1. *Der Bogenwiderstand*, dessen auf 1 Mp des Fahrzeuggewichtes entfallender, spezifischer Wert in erster Linie durch die geometrischen Abmessungen des Fahrzeuges und der Strecke bestimmt wird. Der Bogenwiderstand wird mit aus Meßergebnissen gewonnenen praktischen Gleichungen (Faustregeln) angegeben.

In den Berechnungen verwenden wir die Gleichung

$$w_r = \frac{520}{R - 55} \quad [\text{kp/Mp}] \quad (4)$$

wobei R den Bogenhalbmesser in [m] bedeutet.

2. Die Steigung der Strecke verursacht den *Steigungswiderstand*, dessen spezifischer, also auf 1 Mp Fahrzeuggewicht bezogener Wert mit

$$w_s = \pm e \quad [\text{kp/Mp}]$$

angegeben wird. Der spezifische Steigungswiderstand, gemessen in [kp/Mp], ist genau so groß wie die Steigung e in Promille. Der Steigungswiderstand hat in der Steigung einen positiven, und in der Neigung einen negativen Wert.

(Diese Feststellungen sind allgemein bekannt, daher wird vom Beweis abgesehen.) Bei den Berechnungen werden der Steigungs- und der Bogenwiderstand in dem sog. *Streckenwiderstand* zusammengefaßt und mit w_p bezeichnet. Sein spezifischer Wert ist

$$w_p = w_r \pm e \quad [\text{kp/Mp}].$$

Die Summe aus Strecken- und *Grundwiderstand* ergibt den Fahrwiderstand des Zuges:

$$W = W_0 + W_p$$

dessen spezifischer Wert gleich

$$w = w_0 \pm w_p \quad [\text{kp/Mp}]$$

ist. Der Wert des Grundwiderstandes wird bei Versuchsfahrten gemessen. Auf Grund einer Versuchreihe kann eine Gleichung aufgestellt werden, welche inhaltlich den Einfluß der Geschwindigkeit berücksichtigt. Sämtliche übrigen Einflüsse können durch eine Konstante angegeben werden. Die allgemeinste Form der Gleichung ist:

$$W_0 = A + BV + C(V + D)^2 \quad [\text{kp}]. \quad (5)$$

Aus der obigen Gleichung wird das lineare Glied oft weggelassen. Mit der Konstante „ D “ wird der zusätzliche Widerstand infolge von Windeinfluß berücksichtigt.

Der Verlauf der *Bremskraft* wird in Abhängigkeit von den Bremssystemen durch viele Faktoren beeinflusst. Bei Klotzbremsung kann die Bremskraft $F(v)$ in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit auch mit einem empirischen Zusammenhang angegeben werden.

Die Bewegungsgleichung des Zuges von veränderlicher Geschwindigkeit kann somit folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$Z_k(v) - W_0(v) - W_p(s) - F(v) - \frac{1000(1 + \gamma)}{g} G \cdot \frac{dv}{dt} = 0 \quad [\text{kp}]. \quad (6)$$

In Gl. (6) bedeutet G das Zuggewicht in [Mp]. Die den Bewegungsvorgang beschreibende Gleichung ist eine nichtlineare Differentialgleichung zweiter Ordnung, deren Veränderliche von dem Weg und von der Geschwindigkeit abhängig sind. Aus der Gleichung, wo die spezifischen Werte mit kleinen Buchstaben bezeichnet sind, kann die Beschleunigung ausgedrückt werden:

$$\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = (z_k - w_0 - w_p - f)k \quad [\text{m/s}^2]. \quad (7)$$

In Gl. (7) ist $k = \text{konst.}$ Der obige Zusammenhang ist auf die grundlegenden Zugbewegungsformen sinngemäß anzuwenden.

Bei *Beschleunigung* bzw. *Zugförderung* ist $z_k > 0$ und $f = 0$, und für die Gleichung gilt:

$$\frac{dv}{dt} = k(z_k - w_0 - w_p).$$

Bei *Auslaufen* sind z_k und f gleich Null und für die Gl. (7) erhält man:

$$\frac{dv}{dt} = k(-w_0 - w_p).$$

Bei der *Bremung* gilt $z_k = 0$ und für Gl. (7) die Form von

$$\frac{dv}{dt} = k(-w_0 - w_p - f).$$

2.2 Das mathematische Modell der Energieverbrauchsberechnung

Die Berechnung des Energieverbrauches kann sowohl für einen Haltepunktabstand \overline{AB} als auch für eine vorgegebene Strecke durchgeführt werden. Es können die für die Zugförderung verwendete mechanische Arbeit E_z oder — in Kenntnis des Triebfahrzeug-Wirkungsgrades — bei Diesellokomotiven der Gasölverbrauch und bei elektrischen Triebfahrzeugen die der Oberleitung entnommene elektrische Energie berechnet werden. Die für die Zugförderung benötigte mechanische Arbeit wird in Kenntnis der Zugkraft Z_k am Raddumfang und der Fahrgeschwindigkeit V bestimmt werden:

$$E_z = \int_0^t Z_k(v)V(t)dt.$$

Die Arbeit der Kräfte in Fahrtrichtung beträgt innerhalb des Haltepunktabstandes \overline{AB}

$$\int_0^{t_z} Z_k(v)V dt - \int_0^{t_m} W_0(v)V dt \pm \int_A^B W_p(s)dS - \int_0^{t_f} F(v)V dt = 0 \quad (8)$$

wobei t_z — die Zeit der Zugkraftausübung

t_m — die Fahrzeit auf dem Haltepunktabstand \overline{AB}

t_f — die Bremszeit

bedeuten.

Gilt innerhalb des Haltepunktabstandes \overline{AB} $V_A \neq V_B \neq 0$, so steht auf der rechten Seite der Energiegleichung auch die Differenz der kinetischen Energien. Das erste Glied der Gleichung entspricht der Zugförderungsarbeit E_z .

das zweite und dritte Glied bedeuten die Arbeit E_w infolge des Fahrwiderstandes und das letzte Glied der Gleichung gibt die Verlustarbeit E_f beim Bremsen an. Somit lautet die Energiegleichung:

$$E_z = E_w + E_f \quad [\text{kpm; kWh}]. \quad (9)$$

Die Größe der Zugförderungsarbeit wird also innerhalb eines gegebenen Haltepunktabstandes \overline{AB} durch die Arbeit der Fahrwiderstandskraft und durch den Arbeitsverlust beim Bremsen bestimmt.

3. Die Lösung der Aufgabe auf dem Analogrechner

3.1 Die Eigenschaften des Iterationsanalogrechners Typ MEDA 41 TC

Der Iterationsanalogrechner MEDA 41 TC stellt eine Weiterentwicklung der früheren Maschinen Typ MEDA dar. Diese Maschinen sind volltransistorisiert und größtenteils aus integrierten Stromkreisen aufgebaut. Sie haben eine große Rechengeschwindigkeit. Der Rechner besteht aus zwei Teilen, aus den analogen Rechenelementen und dem logischen Teil. Im logischen Teil sind die am meisten gebräuchlichen logischen Elemente zu finden. Hier befinden sich auch die Hybridelemente, wie schnellarbeitende logische Komparatoren mit logischem Ausgang und elektronischen Schaltern. Hier sind auch die Multiplikatoren, bestehend aus Dioden, angeordnet. Die Steuerung der Rechenelemente — der Operationsverstärker, Integratoren, Potentiometer — kann auf zwei verschiedene Weisen erfolgen: von Hand durch Druckknopfsteuerung und durch logische Steuerung. Durch die beiden verschiedenartigen Lösungen wird eine hohe Automatisierung der unterschiedlichsten Rechenaufgaben ermöglicht.

3.2 Der allgemeine Aufbau des Rechenprogramms

Das Ziel war die Ausarbeitung eines Programms, welches das Modellieren sämtlicher in der Praxis vorkommenden Zugförderungsarten ermöglicht. Es wurden auch die Langsamfahrtsignale auf der Strecke berücksichtigt. In diesem Fall erreicht der mit beliebiger Geschwindigkeit fahrende Zug das Langsamfahrtsignal schon mit einer verminderten Geschwindigkeit und am Ende der Langsamfahrstrecke (nach Aufheben des Langsamsignals) beginnt wieder die Beschleunigung. Für die verschiedenen Zugförderungsarten wurden die nachstehenden Kenngrößen bestimmt: das Fahrdiagramm $V(t)$; $V(s)$; die Fahrzeit $t(s)$; der Energieverbrauch E_z .

Beim Lösen der Bewegungsgleichung muß die Resultierende aller auf den Zug wirkenden Kräfte bestimmt werden, welche — da die Masse konstant

ist — der Beschleunigung proportional ist. Wenn die auf den Zug wirkenden Kräfte vorzeichenrichtig in einen Summator eingeführt werden, erhält man am Ausgang einen der Beschleunigung proportionalen Wert. Die Frage des Maßstabes kann im vorhinein so gelöst werden, daß die der Masse entsprechenden Konstanten in die Kräfte einbezogen werden, wodurch am Ausgang des Summators die Beschleunigung selbst erhalten wird. Daraus folgt, daß laut den bekannten Zusammenhänge:

$$a = \frac{dv}{dt}; \quad dv = a \cdot dt; \quad \text{und} \quad ds = v \cdot dt,$$

durch Integration die Geschwindigkeit und der zurückgelegte Weg berechnet werden können. Die Bewegungsgleichung wird nach dem Blockschaltbild in Abb. 1 gelöst.

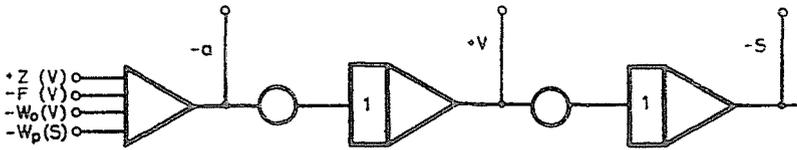


Abb. 1

Das Zugkraftdiagramm $Z(v)$ des Triebfahrzeuges ist graphisch gegeben, deshalb haben wir es auf dem Analogrechner mit Dioden-Funktionsgeneratoren nachgebildet. Das Wesen der Sache ist, daß die graphisch gegebene Kurve mit Geraden in solchen Intervallen Δv angenähert wird, daß die Näherung eine entsprechende Genauigkeit erreicht.

Der von der Geschwindigkeit abhängige Grundwiderstand wird bei Vernachlässigung des linearen Gliedes mit nachstehendem empirischem Zusammenhang angegeben:

$$W_0(v) = A + B(V + C)^2. \quad (10)$$

Diese Gleichung kann auf dem Analogrechner unmittelbar programmiert werden. Die Berechnungsskizze ist in Abb. 2 zu sehen. Die Summe $(V + C)$

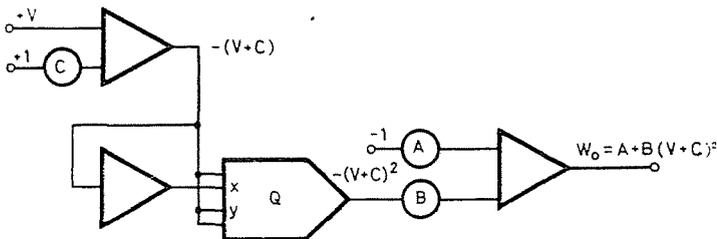


Abb. 2

wird von einem Summator hergestellt, und das Quadrieren von einem Multiplikator vorgenommen. Die Multiplikation des Gliedes zweiter Potenz mit der Konstante C erfolgt mittels eines Potentiometers und die letzte Summe wird von einem Summator hergestellt. Entsprechend der Zugsbewegung ist die Eingabe des Streckenwiderstands an entsprechender Stelle erforderlich. Die Streckenwiderstandswerte wurden mit je einem Potentiometer vorzeichenrichtig eingestellt. Bei den Bruchstellen kann die Umschaltung sowohl durch Handschalter als auch automatisch erfolgen. Das zugehörige Blockschaltbild ist in Abb. 3 zu sehen.

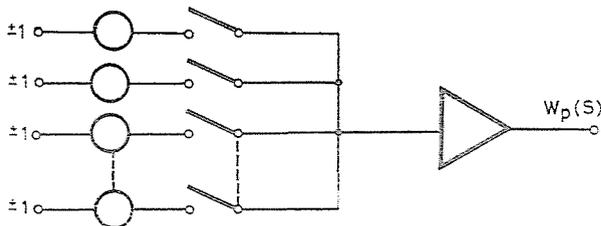


Abb. 3

Beim Bremsen des Zuges wurde eine konstante Verzögerung angenommen, die eine konstante Bremskraft voraussetzt. Das Blockschaltbild ist in Abb. 4 dargestellt. Bei der Ausarbeitung des Programms war die Bestimmung des Anfangspunktes der Bremsung das schwierigste Problem. Im allgemeinen ist es nie im voraus bekannt, mit welcher Geschwindigkeit der Zug einen beliebigen Punkt der Strecke durchfahren und welchen Wert der Fahrwiderstand dort haben wird. In Kenntnis des Haltepunktes und der Bremskurve sollte in umgekehrter Richtung gerechnet werden. Da das aber nicht möglich ist, war es bisher üblich, unter gegebenen Voraussetzungen den Anfangspunkt durch Probieren zu bestimmen. Hinterlegte der Zug die Strecke unter geänderten Bedingungen, mußte der Anfangspunkt wieder bestimmt werden.



Abb. 4

Diesen Fehler der bisherigen Praxis haben wir unter Anwendung der iterativen Rechenmaschine beseitigt. Das Wesen des Verfahrens ist, daß für das Modellieren des Bremsvorganges des Zuges eine besondere Rechenskizze angefertigt wurde. Dieser Programmteil, welcher der augenblicklichen Geschwindigkeit und dem zurückgelegten Weg entsprechend nach bestimmten Vorausset-

zungen mit »beschleunigter« Zeit arbeitet, »hält den Zug von Zeit zu Zeit an«. Wenn die augenblicklichen und die tatsächlichen Haltepunkte zusammenfallen, muß die Bremsung beginnen. Der einzige Fehler wird dadurch verursacht, daß während der Bremszeit des beschleunigten Modells der Zug in der Echtzeit weiterfährt. Dieser Fehler kann aber durch Erhöhen der Zeitbeschleunigung auf ein Minimum herabgesetzt werden. Unter Berücksichtigung der Genauigkeit wurde eine 100fache Beschleunigung gewählt. Das Blockdiagramm des »beschleunigten« Programms ist in Abb. 5 zu sehen.

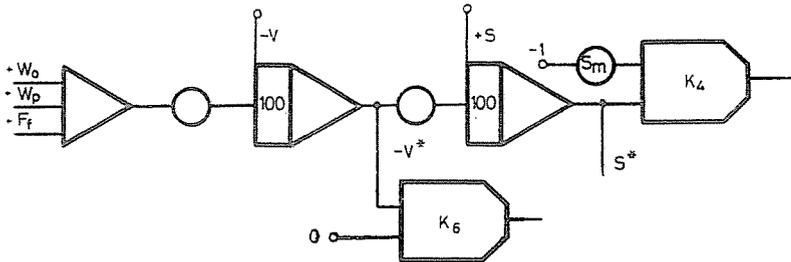


Abb. 5

Auf die Eingänge des Summators wurden die konstante Bremskraft F und die momentanen Grund- und Bahnwiderstände geschaltet. Im »beschleunigten« Bremsvorgang wurde der Fahrwiderstand aus dem Programm »echter« Zeit genommen. Die Berechnungsskizze stimmt mit dem Aufbau des Hauptprogramms mit dem Unterschied überein, daß hier die Zeitkonstanten der Integratoren 100fach kleiner sind. Die zyklische Wiederholung der Bremsung wird durch ein logisches Netz gesteuert. Beim Erreichen der Haltestelle leitet der Komparator K_4 im »Echtzeitprogramm« die Bremsung ein.

Die Modellierung der Zugkraft erfolgte mit Hilfe des Funktionsgenerators F_1 und die Geschwindigkeit wurde als Lösung der Bewegungsgleichung des Zuges am Ausgang des Integrators B_1 erhalten. Das Produkt aus den beiden Größen wurde mit einem Multiplikator erzeugt. Über einen Potentiometer wurde eine Verbindung zu dem Integrator hergestellt, an dessen Ausgang die Zugförderungsarbeit erschien. Das Blockschaltbild ist in Abb. 6 zu sehen.

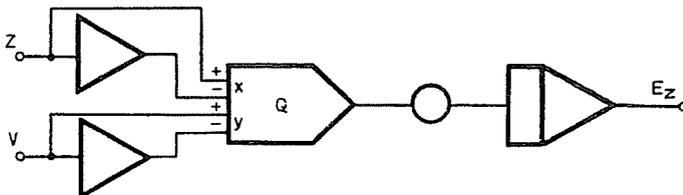


Abb. 6

3.3 Das Modellieren der Fahrt mit kürzester Fahrzeit

Das analoge Modell des zusammengestellten vollen Programms ist in Abb. 7 zu sehen.

Für die Simulation der Fahrt ist es erforderlich, daß während der Beschleunigungsperiode die gesamte Zugkraft und der Fahrwiderstand, während der Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit nur die dem Fahrwiderstand entsprechende Zugkraft und in der Bremsperiode der Fahrwiderstand und die Bremskraft eingeschaltet werden. Zug- und Bremskraft werden mit Hilfe eines elektronischen Schalters geschaltet. Die Summe der Kräfte wird durch den Summator A1 gebildet.

Die Integration der Beschleunigung nach der Zeit wird durch den Integrator B1 durchgeführt, die Zeit- und Amplitudenmaßstäbe werden durch den Potentiometer P44 eingestellt. Die Steuerung des Integrators in Stellung »Anfangsbedingung« und »Rechnen« erfolgt mit Drucktasten (P und R). Den zurückgelegten Weg erhält man durch Integration der Geschwindigkeitsfunktion nach der Zeit. Diese Aufgabe wird vom Integrator B2 gelöst. Die Einstellung der Zeit- und Amplitudenmaßstäbe erfolgt mit Hilfe des Potentiometers P31. Die Steuerung des Integrators B2 ist gleich der von B1.

Die auf dem Streckenabschnitt zulässige Geschwindigkeit wird vom Potentiometer P15 eingestellt. Nach Erreichen dieser Geschwindigkeit schaltet der Komparator K5 ein. Mit Hilfe der logischen Funktion L2 trennt der Schalter JS1. Damit wird der Wert der Zugkraft gleich Null. Die Geschwindigkeit beginnt gleich abzunehmen, der Komparator kippt in die ursprüngliche Lage zurück und die Zugkraft erscheint wieder. Da die Hysterese des Komparators klein, seine Schaltgeschwindigkeit aber hoch ist, vollzieht sich der Vorgang sehr rasch. Am Ausgang des Verstärkers Z23 erhält man das Signalbild in Abb. 8. Die Zugkraft wurde also in Form von Viereckimpulsen hergestellt, deren Mittelwert genau so groß ist, wie der Fahrwiderstand bei der gegebenen Geschwindigkeit.

Der Grundwiderstandes wird in der vorher angegebenen Weise erzeugt. Die Schaltung wird aus den Verstärkern A3, A4, Z11, Z12 und aus dem Multiplikator Q_1 aufgebaut. Die Koeffizienten werden mit den Potentiometern P11, P33, P43 eingestellt. Die Lage der Bruchstellen wird vom Komparator K7 beobachtet. Auf seine Eingänge schließen sich das Signal des zurückgelegten Weges und die den Bruchstellen entsprechend eingestellten Potentiometer über die Schalter $S_{12} \dots S_{32}$ an. Erreicht der Zug eine Bruchstelle, kippt der Komparator K7 um, die Berechnung geht in STOP. Danach wird mit dem entsprechenden Schalter S die neue Bruchstelle eingestellt und die Berechnung geht weiter. Die Streckenwiderstände werden im voraus eingestellt. Die Potentiometer werden über die Schalter $S_{11} \dots S_{31}$ und über den Summator Z27 zu dem Rechenablauf herangezogen. Der entsprechende Streckenwiderstand

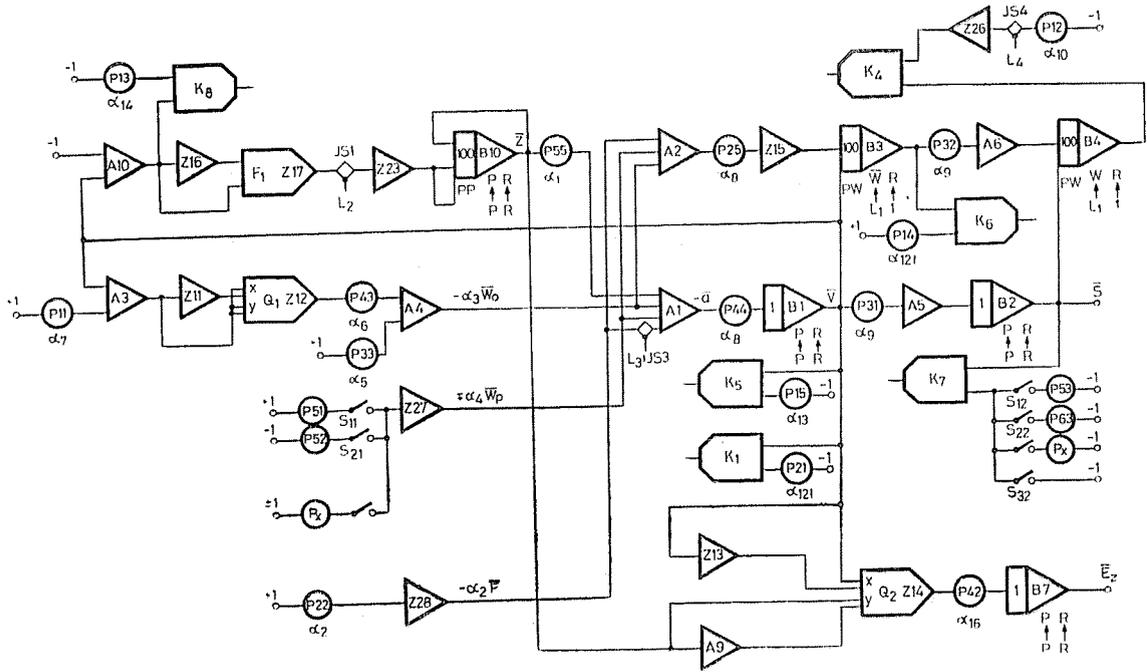


Abb. 7

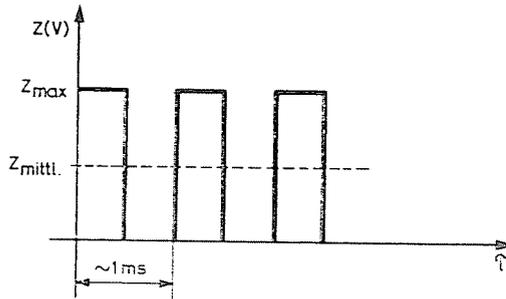


Abb. 8

wird mit dem zugehörigen Schalter S bei dem Einstellen der neuen Bruchstelle geschaltet.

Die Bremsung wird von dem Komparator K4 so eingeleitet, daß die logische Funktion L2 die Bremskraft ausschaltet und die logische Funktion L3 die Bremskraft in die Berechnung einbezieht. Der Bremsvorgang wird vom Komparator K1 überwacht. Wenn der Wert der Geschwindigkeit Null erreicht hat, kippt der Komparator um, die Berechnung kommt in STOP.

3.4 Das Modellieren der Fahrten mit konstanter Geschwindigkeit und abschnittweisem Auslauf

Die Simulation der Fahrt ist der vorher gezeigten Lösung ähnlich, der einzige Unterschied besteht in der Steuerung der Zugkraft. In diesem Fall fährt das Fahrzeug nach Erreichen der zulässigen Geschwindigkeit mit einem Auslauf, der eine Geschwindigkeitsabnahme Δv hervorruft. Dann folgt eine Beschleunigung mit voller Zugkraft. In diesem Fall ist eine Steuerung notwendig, welche die Zugkraft nach Erreichen der zulässigen Geschwindigkeit $V_{zul.}$ ausschaltet und nach einer Geschwindigkeitsabnahme um Δv die Zugkraft wieder einschaltet.

Der Wert von $V_{zul.}$ wird vom K5, der von $V_{min.}$ vom Komparator K8 überwacht. Die Einstellung erfolgt mit den Potentiometern P15 und P13. Mit Hilfe der logischen Funktion L2 kann der Vorgang nach Abb. 9 hergestellt werden.

3.5 Das Modellieren der Bremsung

Im Programm rechneten wir mit konstanter Bremskraft, die mit Hilfe des Potentiometers P22 eingestellt wurde. Die Bremskraft wird über den Summator Z28 in das Programm eingeleitet. Der Programmteil für die Suche nach der Stelle des Bremsbeginns beginnt mit dem Summator A2. An seine Eingänge schließen sich die Bremskraft, der Grundwiderstand und der Streckenwiderstand an. Die Anfangsbedingungen der Integratoren B3 und B4 sind die momen-

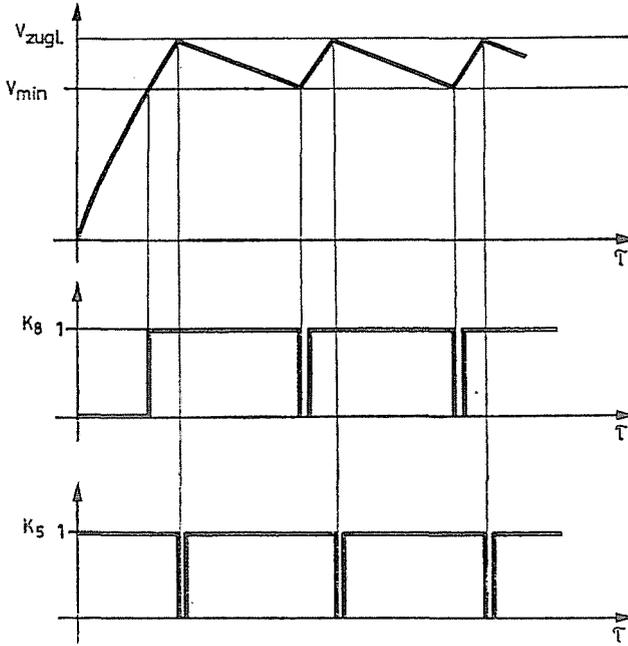


Abb. 9

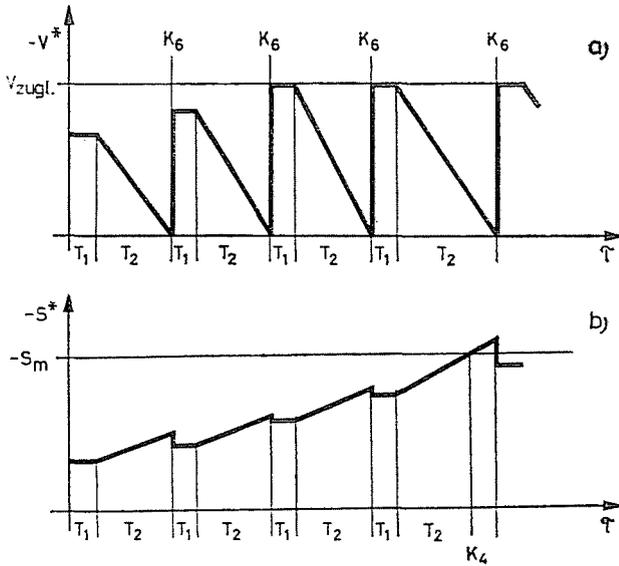


Abb. 10

tane Geschwindigkeit und der zurückgelegte Weg. Die Steuerung der Integratoren im Zeitintervall zwischen der Anfangsbedingung und der Berechnung wird von der logischen Funktion L1 durchgeführt. Die Integratoren sind solange in die Berechnung einbezogen, bis das Geschwindigkeitssignal am Ausgang von B3 den Wert Null erreicht hat. In diesem Moment schaltet der Komparator K6 um, das Bremsen beginnt. Der Vorgang spielt sich auf die in Abb. 10 gezeigte Weise ab. Das Zeitintervall T_1 beträgt etwa 1 ms, das Zeitintervall T_2 ist veränderlich und hängt von der Höhe der Geschwindigkeit ab, von welcher aus der Zug angehalten werden soll. In Abb. 10 ist das Ausgangssignal des Integrators B4 zu sehen. Das Signal nimmt stufenweise solange zu, bis es den dem Haltepunkt entsprechenden Wert erreicht, der mit Hilfe des Potentiometers P12 eingestellt wird. Der Potentiometer wird durch die logische Funktion L4 zu Beginn der Bremsung vom Komparator K4 abgeschaltet. Dies ist notwendig, weil das Suchprogramm nicht abgestellt wird, und die Anfangsbedingung des folgenden Zyklus den Komparator K4 zurückkippen würde. Beim Erreichen der Haltestelle kippt also der Komparator K4 um, und auf diese Wirkung beginnt die Bremsung im Echtzeitprogramm.

Mit dem gleichen Suchprogramm können die Bremsungen vor den Langsamfahrtsignalen verwirklicht werden. In diesem Fall wird die Geschwindigkeitsbegrenzung mit Hilfe des sich an den Eingang des Komparators K6 anschließenden Potentiometers P14 und die Stelle des Langsamsignals mit dem Potentiometer P12 eingestellt.

Im Echtzeitprogramm wird die Geschwindigkeitsbegrenzung mit Hilfe des an den Komparator K1 angeschlossenen Potentiometers P21 eingestellt. Der Vorgang verläuft ähnlich wie vor dem Anhalten: das Suchprogramm bremst den Zug zyklisch auf die begrenzte Geschwindigkeit ab, bis das Ausgangssignal des Integrators B4 die Stelle des Langsamsignals erreicht hat. In diesem Zeitpunkt beginnt im Echtzeitprogramm das Bremsen. Als die Geschwindigkeit den Wert der Geschwindigkeitsbegrenzung erreicht, kippt der Komparator K1 um und die Berechnung geht in STOP über. Die Daten des folgenden Langsamsignals oder des Haltepunktes werden im Suchprogramm und der Potentiometer P21 im Echtzeitprogramm auf die Geschwindigkeitsbegrenzung eingestellt. Die Berechnung kann wieder gestartet werden.

3.6 Das Modellieren der Zugförderungsarbeit

In der Berechnung der Zugförderungsarbeit wird das Produkt $Z \cdot V$ vom Multiplikator Q_2 hergestellt. Die Vorzeichenumkehrung der Eingangssignale werden durch die Verstärker Z13 und A9 durchgeführt. Der Maßstabskoeffizient wird vom Potentiometer P42 eingestellt. Am Ausgang des das Produkt integrierenden Integrators B7 erhält man die Zugförderungsarbeit. Der Integrator wird mit Drucktasten gesteuert.

4. Lösung der Aufgabe auf dem Digitalrechner

4.1 Die maschinellen Verfahren zur Lösung der Bewegungsgleichung

Die die Zugbewegung beschreibende Differentialgleichung

$$y'' = f(y, y') \quad (11)$$

kann dem Aufbau nach zu den nichtlinearen Differentialgleichungen zweiter Ordnung gerechnet werden. Unter Anwendung der im vorigen angegebenen Bezeichnungen lautet die der Gl. (11) entsprechende Form der Bewegungsgleichung:

$$\ddot{s} = f(s, \dot{s}). \quad (12)$$

Unter Anwendung der bekannten Beziehung

$$v = \dot{s} = \frac{ds}{dt} \quad (13)$$

kann Gl. (12) zur Gleichung erster Ordnung umgeformt werden:

$$\dot{v} = \frac{dv}{dt} = f(v, s). \quad (14)$$

Auf diese Weise sind anstelle der Differentialgleichung zweiter Ordnung der Form (12) zwei Differentialgleichungen erster Ordnung, (13) und (14), zu lösen.

Je nachdem, welche von den Veränderlichen v , s und t als unabhängige Veränderliche betrachtet wird, sind drei Berechnungsverfahren möglich: Berechnung mit Geschwindigkeits-, Weg- und Zeitintervallen.

Innerhalb jedes dieser Verfahren können noch die exakte Lösung und mehrere numerische, maschinelle Verfahren in Frage kommen.

Auf einem Streckenabschnitt, wo der Bahnwiderstand w_p — der übrigens die aus diskreten Abschnitten bestehende Funktion des Weges s darstellt — konstant ist, kann die exakte Lösung der Bewegungsgleichung hergeleitet werden. Die Form der Lösungsfunktion hängt davon ab, auf welche Weise die analytische Angabe der Kurven der geschwindigkeitsabhängigen Bewegungsgröße, also der Zugkraft $Z(v)$, des Grundwiderstandes $W_0(v)$ und der Bremskraft $F(v)$ erfolgte. Bei der maschinellen Berechnung ist eine Näherung dieser Kurven mit linearer Interpolation oder mit Regressionspolynomen vorteilhaft. Aber selbst bei einer solchen Angabe ist die exakte Lösung ziemlich arbeitsaufwendig, sie ergibt sich aus zusammengesetzten Formeln, die auch beim Einsatz einer Rechenmaschine — anderen Verfahren gegenüber — einen viel größeren Zeitaufwand erfordern. Deshalb werden im folgenden die Möglichkeiten der exakten Lösung außer acht gelassen und solche wirksame maschinelle Methoden behandelt, die die Erfordernisse der Geschwindigkeit und Genauigkeit am besten erfüllen.

In der numerischen Analyse sind verschiedene Verfahren zur Lösung von Differentialgleichungen gleichen Aufbaues wie Gl. (14), der Form $y' = f(x, y)$, bekannt. Es werden zwei grundlegende Typen dieser Verfahren unterschieden:

- Runge—Kuttasche Verfahren
- Interpolationsverfahren.

Bei der Auswahl des Lösungsverfahrens einer Differentialgleichung müssen folgende Bedingungen beachtet werden:

a) Wie große Formelfehler (systematische Fehler der Methoden) und Rundungsfehler in den einzelnen Berechnungsschritten entstehen?

b) Wie wirkt der in den einzelnen Schritten entstandene Fehler auf die Rechengenauigkeit der darauffolgenden Schritte aus? Diese Erscheinung wird als Systemstabilität bezeichnet. Diejenigen Verfahren werden als stabil bezeichnet, wo durch die in den einzelnen Schritten entstandenen Fehler die Fehler der weiteren Schritte in keinem allzu großen Maße gesteigert werden.

c) Bezüglich der Fehler und der Fehlerfortpflanzung ist es auch wichtig, daß der vorhandene Fehler in jedem Abschnitt der Berechnung einschätzbar sei.

d) Die Anfangsmöglichkeit der Berechnung muß auch untersucht werden. (Dies kann bei den Interpolationsverfahren oft zu Schwierigkeiten führen.)

e) Die Schnelligkeit des Verfahrens stellt eine wichtige Bedingung dar, um die Rechenmaschine wirtschaftlich auszunutzen.

Im folgenden wird aus der Sicht der genannten Bedingungen je ein Verfahren von den genannten Typen untersucht.

4.1.1 Verfahren vom Typ Runge—Kutta

Zunächst wird untersucht, wie die die Anfangsbedingung

$$y(x_0) = y_0 \quad (15)$$

befriedigende Lösung der Differentialgleichung

$$y' = f(x, y) \quad (16)$$

bestimmt werden kann.

Der Wert der Lösung kann in einem beliebigen Punkt x_1 mit der Taylor-Reihe n -ten Grades der Funktion $y(x)$ um den Punkt x_0 angenähert werden, also muß an der Stelle $x = x_1$ der Wert des Ausdruckes

$$y(x) = y(x_0) + \sum_{k=1}^n \frac{y^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k$$

genommen werden. Danach kann der Wert der Lösung an der Stelle $x = x_2$ durch ein Taylor-Polynom n -ten Grades um x_1 angenähert werden usw.

Dieses Lösungsverfahren setzt voraus, daß alle partiellen Ableitungen mindestens $(n - 1)$ -ten Grades von $f(x, y)$ existieren und stetig sind, und somit auch $y^{(k)}$ bestimmt werden kann.

Es ist nachteilig, daß nicht nur die Werte der Funktion $f(x, y)$ sondern auch diejenigen der partiellen Ableitung in den einzelnen Punkten berechnet werden müssen.

Um das zu vermeiden, schlug Runge vor, daß der Näherungswert von $y(x_1)$ aus einem Zusammenhang der Form

$$y_i = y_0 + \sum_{i=1}^r c_i k_i \quad (17)$$

berechnet werden soll, wobei

$$k_i = hf \left[x_0 + a_i h, y_0 + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} k_j \right] \quad (18)$$

bei

$$2 \leq i \leq r$$

und

$$k_1 = hf(x_0, y_0),$$

$$h = (x_1 - x_0)$$

ist.

Die Koeffizienten a_i , b_{ij} und c_i werden so bestimmt, daß die Werte von y_1 und $y(x_1)$ und die r -te Ableitung von $y(x_1)$ nach h übereinstimmen, wenn $h = 0$. In diesem Fall ist nämlich der Fehler kleiner als h^{r+1} , die Formel ist also für h^r genau. Die Zahl r wird als Genauigkeitsrang des Verfahrens bezeichnet. Im größten Teil der in der Praxis vorkommenden Fälle genügt die Genauigkeit der für $r = 4$ abgeleiteten Formeln vierten Grades. Unter Weglassen der ausführlichen Herleitung sei nur soviel bemerkt, daß die Gl. (17) und (18) für $r = 4$ entwickelt 11 Gleichungen mit 13 unbekanntem Koeffizienten liefern. Auf diese Weise können unendlich viele Gleichungsgruppen vierten Grades abgeleitet werden.

Von diesen wird im allgemeinen das Verfahren von Kutta verwendet nach welchem:

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(x_0, y_0) \\ k_2 &= hf \left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_1}{2} \right) \\ k_3 &= hf \left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_2}{2} \right) \\ k_4 &= hf(x_0 + h, y_0 + k_3) \\ y_1 &= y_0 + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \end{aligned} \quad (19)$$

wo in einem Rechenschritt $f(x, y)$ viermal berechnet werden muß.

4.1.2 Interpolationsverfahren

Im folgenden beschäftigen wir uns mit der wichtigsten Gruppe der Interpolationsverfahren, mit dem sog. »Prediktor-Korrektor«-Verfahren, welches besonders bei maschinellen Berechnungen sehr vorteilhaft anwendbar ist.

Die Grundidee des Prediktor-Korrektor-Verfahrens beruht darauf, daß die der Bedingung (15) genügende Lösung von Gl. (16) in einem beliebigen Punkt » $n + 1$ « mit einer expliziten Prediktor-Formel (Voraussageformel) angenähert wird, die sich auf eine gewisse Anzahl der existierenden » n « Punkte stützt. Die für y_{n+1} so erhaltene Näherung wird mit einer impliziten Korrektor-Formel solange iteriert, bis die Differenz der beiden letzten Iterationen eine vorgegebene Fehlergrenze unterschreitet. Der so gewonnene Wert gilt als genauer Wert von y_{n+1} . Als Korrektor wird — trotz der unbequemen Handhabung — eine implizite Form gewählt, weil sie wesentlich genauer ist als die explizite Form. Im folgenden soll ein solches Prediktor-Korrektor-Verfahren vierten Grades untersucht werden, wo der Prediktor aus einem sich auf zwei Punkte stützenden Hermiteschen Interpolationspolynom besteht.

In Kenntnis der Werte y'_{n-1} ; y''_{n-1} ; y'_n ; y''_n in den Punkten » $n - 1$ « und » n « wird das Hermitesche Polynom $H(x)$ dritten Grades aufgeschrieben. Dieser Ausdruck liefert nach Extrapolation auf den Punkt mit dem Index » $n + 1$ « und anschließender Integration den Wert von $y_{n+1}^{(0)}$ (Abb. 11). (Die Hochzeichen beziehen sich nicht auf die Ableitung, sondern auf die Reihenfolge der Annäherung.)

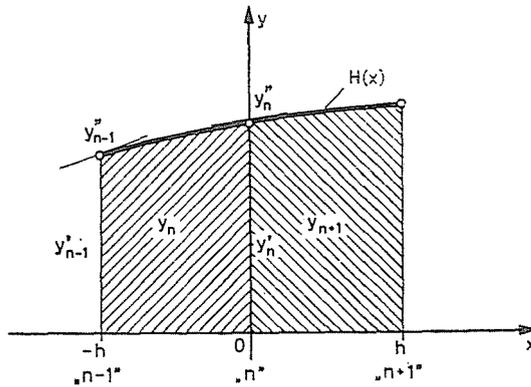


Abb. 11

Unter Weglassen der Herleitung, lauten die Formeln des gesamten Prediktor-Korrektor-Verfahrens wie folgt:

Prediktor:

$$y_{n+1}^{(0)} = y_n + \frac{h}{2} (y'_n + 3y'_{n-1}) + \frac{h^2}{12} (17y''_n + 7y''_{n-1}),$$

Modifikator:

$$\bar{y}_{n-1}^{(0)} = y_{n+1}^{(0)} + \frac{31}{30}(y_n - y_n^{(0)}) \quad (20)$$

$$\bar{y}_{n+1}^{(0)} = f(x_{n+1}, \bar{y}_{n-1}^{(0)}) .$$

Korrektor:

$$y_{n+1}^{(j+1)} = y_n + \frac{h}{2} \{ [y_{n+1}^{(j)}]' + y_n' \} + \frac{h^2}{12} \{ [-y_{n+1}^{(j)}]'' + y_n'' \} .$$

Es ist zweckmäßig, die aus dem Prediktor erhaltene Näherung nach dem Formelfehler-Zusammenhang zu modifizieren und den so erhaltenen Wert von $y_{n+1}^{(0)}$ — der fast frei von dem Formelfehler ist — in den Korrektor einzusetzen, um dadurch die Genauigkeit der Voraussage zu erhöhen.

4.1.3 Vergleich der beiden grundlegenden Verfahren

Auf Grund des Vergleichs des Runge—Kuttaschen und des Prediktor-Korrektor-Verfahrens kann aus der Sicht der genannten Bedingungen folgendes gesagt werden:

a) Der Formelfehler kann nach dem Prediktor-Korrektor-Verfahren bestimmt werden, bei dem Runge—Kuttaschen Verfahren ist er schwer einzuschätzen.

b) Hinsichtlich der Genauigkeit sind beide Verfahren gleichwertig, manchmal ist das Runge—Kutta-Verfahren sogar genauer.

c) Der Fehler in den einzelnen Rechenschritten kann aus den genannten Gründen nur bei dem Prediktor-Korrektor-Verfahren in entsprechendem Grade eingeschätzt werden.

d) Die Runge—Kuttaschen Verfahren können selbständig gestartet werden, der Rechenschritt »h« darf beliebig verändert werden. Um das Prediktor-Korrektor-Verfahren zu starten, sind im allgemeinen Hilfsmethoden notwendig, eine Schrittänderung ist nicht vorteilhaft.

e) Hinsichtlich der Schnelligkeit sind die Prediktor-Korrektor-Verfahren unbedingt vorteilhafter. Während nämlich beim Runge—Kuttaschen Verfahren vierter Ordnung das sehr zeitaufwendige Einsetzen von $f(x, y)$ viermal wiederholt werden muß, kommt es bei Prediktor-Korrektor-Verfahren — bei geeignet gewählten Rechenschritten — nur zweimal dazu.

Nach Erwägung der genannten Vor- und Nachteile wählten wir für die Lösung der Bewegungsgleichung das gezeigte Prediktor-Korrektor-Verfahren vierten Grades.

4.2 Der für die Lösung der Bewegungsgleichung angewendete Prediktor-Korrektor-Zyklus

Für die Lösung der Bewegungsgleichung (7) wurde das beschriebene Prediktor-Korrektor-Verfahren in Form von Zeitabschnitten verwendet, also Δt entspricht h . Es wäre auch möglich, Verfahren mit Δv - oder Δs -Schritten auszubilden, wobei die einzelnen Varianten Vor- und Nachteile haben. Die Wahl fiel deshalb auf das Verfahren mit Δt -Abschnitten, da es während der Berechnung genau und konvergent bleibt.

Der zweckmäßige Wert des Zeitintervalls Δt kann in jedem Fall — wie es im weiteren zu sehen ist — in Abhängigkeit vom gegebenen Zug und von den Geschwindigkeitsverhältnissen der Strecke bestimmt werden.

Danach ist nichts anderes zu tun, als die Gleichungsgruppe (20) für die Lösung der Zugbewegungsgleichung aufzuschreiben.

Unter Beibehaltung der Bezeichnungen erhält man im Maschinenprogramm:

Prediktor:

$$VJ: = VM + DT1 \times (-AJ + 3 \times AE) + DT2 \times 17(x BJ + 7x BE).$$

Modifikator:

$$V: = VJ + 31/30 \times (VM - VMO).$$

Korrektor:

$$VK: = VM + DT1 \times (AJ + AM) + DT2 \times (BM - BJ).$$

Dabei bedeuten:

- VJ : die erste Näherung der Geschwindigkeit im Punkt » $n + 1$ « (den »Vorausagewert« der Geschwindigkeit),
- VM : den exakten Wert der Geschwindigkeit im » n «-ten Punkt,
- VK : den mit dem Korrektor korrigierten Wert der Geschwindigkeit VJ im » $n + 1$ «-ten Punkt,
- V : den als exakt betrachteten Wert der Geschwindigkeit im » $n + 1$ «-ten Punkt,
- VMO : den »Vorausagewert« der Geschwindigkeit im » $n - 1$ «-ten Punkt,
- AE : den exakten Wert der Beschleunigung im » $n - 1$ «-ten Punkt,
- AM : den Wert der Beschleunigung im » n «-ten Punkt,
- AJ : der »Vorausagewert« der Beschleunigung im » $n + 1$ «-ten Punkt,
- AK : den mit dem Korrektor korrigierten Wert der Beschleunigung im » $n + 1$ «-ten Punkt,
- BE : den exakten Wert des Ruckes im » $n - 1$ «-ten Punkt,

BM: den exakten Wert des Ruckes im »*n*«-ten Punkt,

BJ: den Voraussagewert des Ruckes im »*n* + 1«-ten Punkt,

$$DT1 = \frac{DT}{2}; \quad DT2 = \frac{DT^2}{12}; \quad DT; \quad \text{der Rechenschritt.}$$

AJ und *BJ* werden folgendermaßen berechnet:

$$AJ = (Z - WO - WP) TOM$$

$$BJ = (DZ - DWO) \times AJ / TOM, \quad \text{wobei}$$

$$TOM = \frac{1000(1 + GAMT)(GM + GK)}{9,81}; \quad \text{die Masse des Zuges bzw.}$$

GM, *GK*: die Masse des Triebfahrzeuges bzw. der Wagenreihe,

GAMT: den Trägheitsfaktor der rotierenden Massen bedeuten.

Der aus dem Korrektor erhaltene Wert der Geschwindigkeit wird solange iteriert, bis der relative Fehler zwischen den beiden letzten Geschwindigkeitswerten kleiner oder gleich 10^{-3} ist.

Auf Grund des aus dem Korrektor erhaltenen Geschwindigkeitswertes werden der zu dem Zeitintervall gehörende Wegzuwachs *DS* und die Zugförderungsarbeit *EZ* bestimmt. Der Wert von *DS* wird so berechnet, daß für die Geschwindigkeit im »*n*«-ten und »*n* + 1«-ten Punkt ein Hermitesches Interpolationspolynom dritten Grades aufgeschrieben wird, wonach die Integration des Polynoms zwischen diesen beiden Punkten erfolgt (Abb. 12)

$$H_s(t) = A_s + B_s t + C_s t^2 + D_s t^3.$$

Bedingungen:

$$H_s(0) = VM; \quad H_s(DT) = VK;$$

$$H'_s(0) = AM; \quad H'_s(DT) = AK.$$

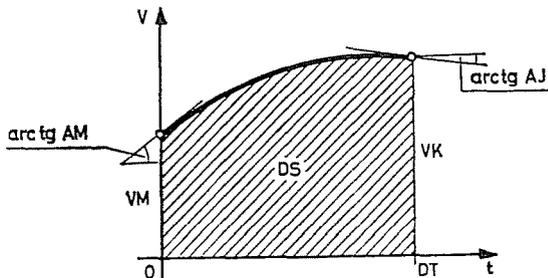


Abb. 12

Nach Bestimmung der Koeffizienten A_S , B_S , C_S und D_S und nach Integration der Gl.

$$\int_0^{DT} (A_S + B_S t + 3C_S t^2 + D_S t^3) dt$$

ergibt sich

$$DS = \frac{DT}{2} (VM + VE) + \frac{DT^2}{12} (AM - AK)$$

oder unter Anwendung der vorher angewendeten Zeitbezeichnungen:

$$DS = DT1 \times (VM + VE) + DT2 \times (AM - AK).$$

Die Zugbeförderungsarbeit kann auf Grund der Gleichung

$$EZ: = EZ + \frac{Z(VM) + Z(VK)}{2} \cdot \frac{VM + VK}{2} \cdot DT$$

berechnet werden.

Das Blockschaltbild des Prediktor-Korrektor-Zyklus ist in Abb. 13 zu sehen.

Mit Hilfe des in Programmiersprache ALGOL gefertigten und auf der digitalen Rechenmaschine Typ ODRA-1204 getesteten Programms ist die Bestimmung der Fahrdiagramme und der Zugförderungsarbeit für einen bestimmten Zug möglich. Die Berechnung kann während eines Programmablaufes für die ganze Strecke erfolgen.

Das durch das Programm berechnete Ergebnis erscheint am Schnelldrucker in tabellarischer Form.

5. Berechnungsbeispiel auf Grund der ausgearbeiteten mathematischen Modelle und Programme

Wie wir es schon gesehen haben, sind für die Berechnung entsprechende Grunddaten erforderlich.

Zum Ausprobieren der Programme wurden die Daten des Triebwagenzuges der Baureihe MX der Budapester Verkehrsbetriebe verwendet.

Die Ergebnisse des Analogrechners wurden mit einem Zeichengerät Typ BAK 4T aufgezeichnet. Eine Fahrt mit kürzester Fahrzeit ist in Abb. 14, eine Fahrt mit Auslauf in Abb. 15 zu sehen.

Auf der Digitalmaschine wurden die Berechnungen nach vielseitigem Testen des Programms für die Fahrt mit kürzester Fahrzeit durchgeführt. Die

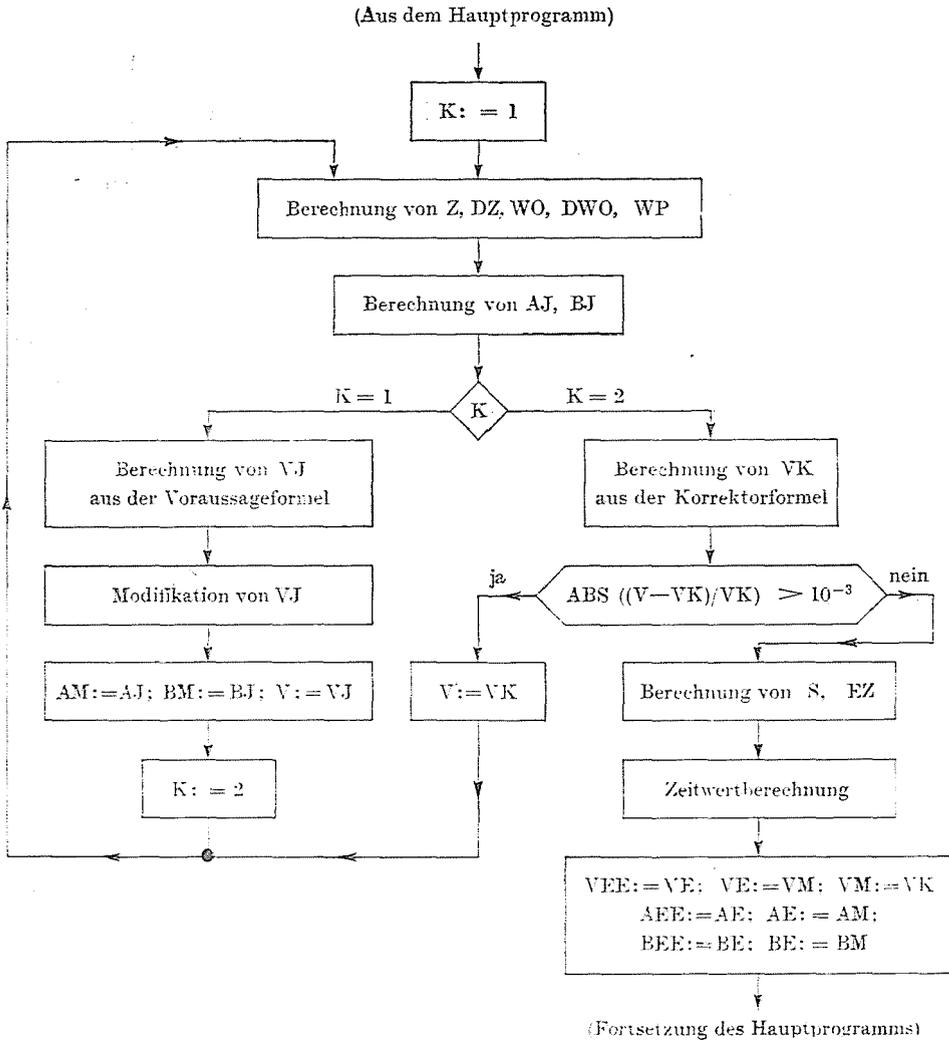


Abb. 13

Ergebnisse sind in Tafel 1 zu sehen. Die Grunddaten der Berechnungen sind mit denen auf dem Analogrechner identisch. Dadurch können für den Haltepunktabstand \overline{AB} die Ergebnisse für die Fahrt mit kürzester Fahrzeit verglichen werden.

Die Bezeichnungen am Rande der Tafel bedeuten:

GM — den Ort des Erreichens der zulässigen Geschwindigkeit ($v_{zul.}$)

B — die Strecken-Brechungspunkte

* — die Bremsabschnitte.

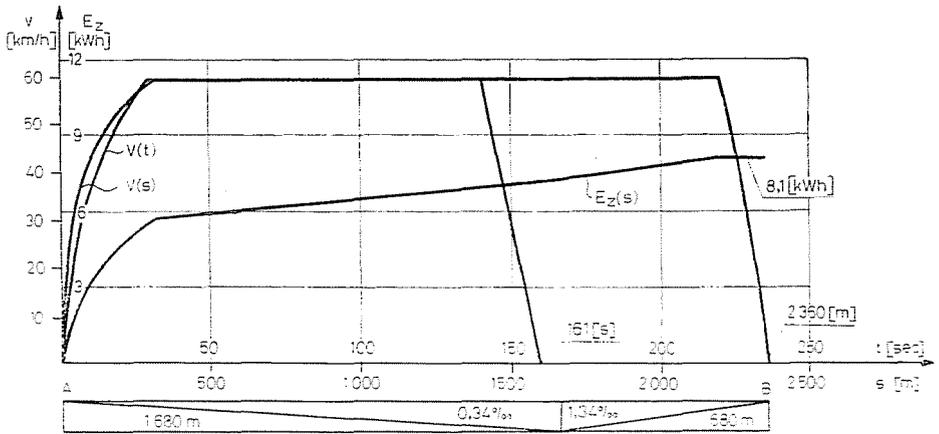


Abb. 14

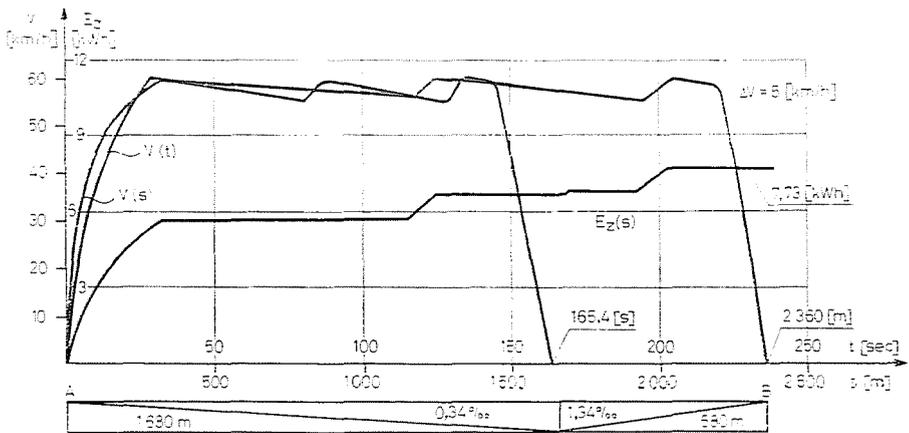


Abb. 15

Zusammenfassung

Das Ziel war die Lösung fahrdynamischer Aufgaben auf der Rechenmaschine. Als erstes wurde das mathematische Modell der Aufgabe aufgestellt. In Kenntnis des mathematischen Modells wurde die Lösung für iterative Analog- und für Digitalrechner ausgearbeitet.

Für beide Maschinen wurde ein ganz allgemeines Programm aufgestellt, damit es für beliebige Züge und Strecken verwendbar sei.

Als Beispiel wurden mit beiden Programmen mit demselben Ausgangsdaten Berechnungen für einen Haltepunktabstand AB durchgeführt.

Tafel 1

DIE BERECHNUNG DER FAHRT MIT KÜRZESTER FAHRZEIT

DIE BENENNUNG DER STRECKE: A—B

ZUGART: EILZUG

DIE FÜR DEN ZUG ZUGELASSENE MAX. GESCHWINDIGKEIT: 80.0 KM/H

FAHRZEUGTYP: 3-TEILIGER TRIEBWAGENZUG TYP MX.

DER ANFANGSPUNKT DES BERECHNETEN STRECKENPROFILS: 2.920 KM

DER ENDPUNKT DES BERECHNETEN STRECKENPROFILS: 5.280 KM

DIE ANZAHL DER GESCHWINDIGKEITSINTERVALLE DES
HALTESTELLENABSTANDES: 1

| | |
|--------------|--------------|
| STRECKEN-PR. | ZUG. GESCHW. |
| [KM] | [KM/H] |
| 5.280 | 60.00 |

HALTESTELLEN-AUFENTHALTSDAUER: MIN

0.

| | STR.P. | S | T | TMT | V | EZ | ZREL |
|----|--------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|
| | [KM] | [KM] | [MIN] | [MIN] | [KM/H] | [KWH] | [—] |
| | 2.920 | .000 | .00 | .00 | 0.00 | .0 | 1.000 |
| | 2.940 | .020 | .10 | .10 | 23.97 | .9 | 1.000 |
| | 2.997 | .077 | .20 | .20 | 42.22 | 2.7 | 1.000 |
| | 3.075 | .155 | .30 | .30 | 50.39 | 4.0 | 1.000 |
| | 3.163 | .243 | .40 | .40 | 55.80 | 5.0 | 1.000 |
| GM | 3.258 | .338 | .50 | .50 | 60.00 | 5.9 | 1.000 |
| | 3.705 | .785 | .95 | .95 | 60.00 | 6.3 | 0.125 |
| | 4.153 | 1.233 | 1.39 | 1.39 | 60.00 | 6.8 | 0.125 |
| B | 4.600 | 1.680 | 1.84 | 1.84 | 60.00 | 7.3 | 0.125 |
| | 4.776 | 1.856 | 2.02 | 2.02 | 60.00 | 7.5 | 0.199 |
| | 4.952 | 2.032 | 2.19 | 2.19 | 60.00 | 7.8 | 0.199 |
| * | 5.127 | 2.207 | 2.37 | 2.37 | 60.00 | 8.1 | 0.199 |
| * | 5.182 | 2.262 | 2.43 | 2.43 | 48.00 | 8.1 | 0.000 |
| * | 5.225 | 2.305 | 2.49 | 2.49 | 36.00 | 8.1 | 0.000 |
| * | 5.256 | 2.336 | 2.55 | 2.55 | 24.00 | 8.1 | 0.000 |
| * | 5.274 | 2.354 | 2.61 | 2.61 | 12.00 | 8.1 | 0.000 |
| * | 5.280 | 2.360 | 2.67 | 2.67 | 0.0 | 8.1 | 0.000 |

GMD = 52.99 KM/H PRD = 182.3 KW

Literatur

1. GLÜCK, H.—GRUBER, G.: Glasers Annalen. **90**, 440 (1966) Glasers Annalen. **91**, 3 (1967)
2. LEHMANN, S.: Glasers Annalen. **89**, 39 (1965) Glasers Annalen. **89**, 117 (1965)
3. PÁPAY, I.: Eisenbahnverkehrsdynamik II.* Tankönyvkiadó, Budapest, 1968
4. PIERICK, K.: Archiv für Eisenbahntechnik. **21**, 81 (1966)
5. RALSTON, A.: Einführung in die numerische Analyse.* Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1969.
6. SCHMIDT, S.—PERAZA, M.: Glasers Annalen. **93**, 265 (1969)

* in ungarischer Sprache

| | |
|--------------------------|-------------------|
| Prof. Dr. Károly HORVÁTH | } H-1521 Budapest |
| Dr. József VAJDA | |