

ВАРИАНТ РАСЧЕТА КУЗОВА ПАССАЖИРСКОГО ВАГОНА ПРИ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЯХ

П. МИХЕЛЬБЕРГЕР и В. В. КОБИЩАНОВ*

Кафедра Механики Будапештского технического университета

(Поступило: 23 января 1975 г.)

Возникающие в процессе движения изгибные колебания кузовов вагонов [1] обуславливают появление в элементах несущей конструкции напряжений, в ряде случаев превышающих напряжения от нагрузок, приложенных к кузову статически.

Несущие конструкции кузовов пассажирских вагонов представляют собой замкнутые цилиндрические оболочки с вырезами. Поэтому расчетные схемы вагонов как колебательных систем, в которых кузов изображается в виде одной упругой невесомой балки с приклепанными массами [1], не могут обеспечить удовлетворительных результатов для напряжений и интегральных характеристик внутренних сил. Вместе с тем использование расчетной схемы кузова в виде сочетания подкрепленных оболочек и пластин существенно усложняет задачу.

В связи с этим для практических расчетов целесообразно использовать простые расчетные схемы в виде стержневых систем, которые широко применяются при расчете кузовов пассажирских вагонов на действие вертикальных и продольных статических нагрузок [2, 3].

Полагая, что вагон движется по прямому неупругому пути, имеющему симметричные изолированные неровности на обоих нитях рельсовой колеи, рассмотрим колебания кузова пассажирского вагона в его продольной плоскости симметрии.

Расчетную схему кузова примем в виде безраскосной фермы (рис. 1), в которой межоконные простенки имеют антисимметричный характер деформации [2]. В этой схеме верхний приведенный пояс кузова (оболочка, расположенная выше уровня оконных и дверных вырезов) сопротивляется только продольным деформациям. Площадь поперечного сечения его равна F_1 , а момент инерции $I_1^{np} = 0$. Нижний приведенный пояс (расположенный ниже уровня оконных и дверных вырезов) жестко соединен со стержнями, имитирующими простенки кузова. Площадь поперечного сечения этого пояса F_2 , а момент инерции равен сумме ($I_1 = I_2$) моментов инерции верхнего и нижнего поясов кузова. Абсолютно жесткие части стоек соответствуют участкам с размерами, равными расстояниям от центров тяжести поясов до горизонтальных кромок вырезов.

Как показано в [2], принятая расчетная схема кузова пассажирского вагона позволяет при вертикальной статической нагрузке получить для интегральных характеристик внутренних сил качественно и количественно удовлетворительные результаты.

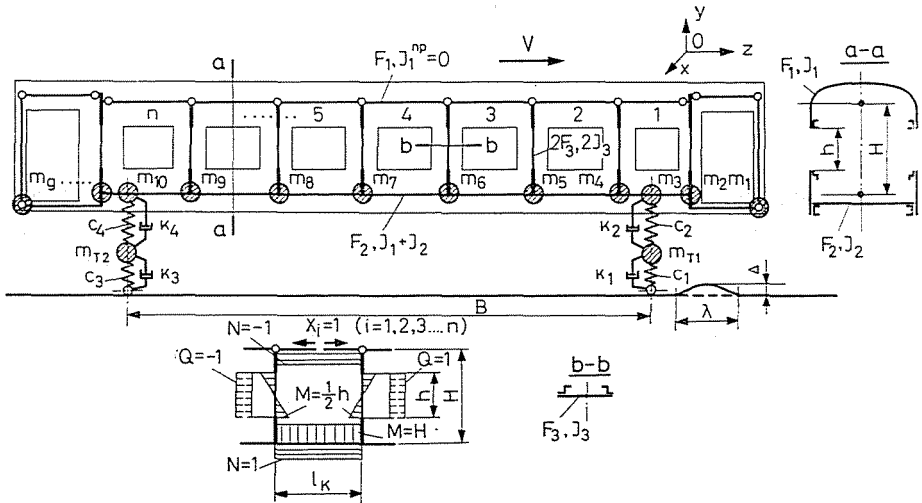


Рис. 1

Распределенную по длине массу кузова и груза сосредоточим в g дискретных точках нижнего пояса по осям простенков и шкворневых балок, а также и в других точках. Закрепление масс m_1, m_2, \dots, m_g на нижнем поясе оправдано тем обстоятельством, что рама является наиболее тяжелой частью кузова и груз большей частью располагается на раме.

Поскольку основной задачей настоящей работы является учет изгибных колебаний кузовов при расчете их на прочность, примем простейшую расчетную схему рессорного подвешивания вагона (рис. 1). В этой схеме массы обрессоренных частей тележек имитируются точечными массами m_{T1}, m_{T2} ; упругие элементы рессорного подвешивания имеют линейные характеристики (c_1, c_2, c_3, c_4 — гибкости упругих элементов); базы тележек равны нулю; колесные пары невесома, имеют одинаковые радиусы кругов катания и катятся без проскальзывания; сила трения в демпферах принята пропорциональной скорости сжатия упругих элементов (k_1, k_2, k_3, k_4 — коэффициенты сопротивления демпферов).

Будем рассматривать перемещения масс только в вертикальном направлении, параллельном оси Oy . В этом случае колебания вагона описываются системой неоднородных линейных дифференциальных уравнений второго порядка [4]

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{S}\mathbf{y} = \mathbf{P}(t), \quad (1)$$

- где \mathbf{M} — матрица масс системы;
 \mathbf{K} — матрица коэффициентов сопротивления демпферов системы;
 \mathbf{S} — матрица жесткостей системы;
 \mathbf{y} — матрица перемещений масс системы от исходного положения при колебаниях;
 $\dot{\mathbf{y}}$ — матрица скоростей перемещения масс;
 $\ddot{\mathbf{y}}$ — матрица ускорений перемещения масс;
 $\mathbf{P}(t)$ — матрица внешних возмущающих воздействий, обусловленных вертикальными перемещенными колесных пар при наезде на неровности пути.

При движении вагона по изолированной неровности пути длиной λ и высотой Δ (рис. 1) внешние возмущающие силы воздействуют в соответствующий момент времени на массы тележек m_{T_1}, m_{T_2} . Воспользуемся зависимостями, полученными в [1] для изолированной неровности. Тогда ненулевые элементы матрицы $\mathbf{P}(t)$, имеющей вид матрицы — столбца, могут быть записаны в форме

$$\left. \begin{aligned} P_{T_1} &= \frac{\Delta}{2c_1} \left\{ \left[\cos \omega t - 1 \right] - \left[\cos \omega \left(t - \frac{2\pi}{\omega} \right) - 1 \right] \right\}; \\ P_{T_2} &= \frac{\Delta}{2c_3} \left\{ \left[\cos \omega \left(t - \frac{B}{V} \right) - 1 \right] - \left[\cos \omega \left(t - \frac{B}{V} - \frac{2\pi}{\omega} \right) - 1 \right] \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $\omega = \frac{2\pi V}{\lambda}$; V — скорость; B — база вагона.

Выражения (2) справедливы при любом значении времени t , если рассматривать $P(t)$ как функцию, тождественно равную при отрицательных значениях аргумента.

Рассмотрим порядок решения уравнения (1). Введя новую переменную $\mathbf{z} = \dot{\mathbf{y}}$, преобразуем (1) к виду

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{B}\mathbf{u} = \mathbf{G}(t), \quad (3)$$

где

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{K} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{bmatrix}; \quad (4) \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{S} \\ \mathbf{E} & \mathbf{0} \end{bmatrix}; \quad (5)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix}; \quad (6) \quad \dot{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}} \\ \dot{\mathbf{y}} \end{bmatrix}; \quad (7) \quad \mathbf{G}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}(t) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

\mathbf{E} — единичная матрица.

Для решения уравнения (3) воспользуемся методом Рунге—Кутты. Из уравнения (3) имеем

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{G}(t) - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}\mathbf{u} = \mathbf{f}(\mathbf{u}, t). \quad (9)$$

Начальные условия примем в виде

$$\text{при } t = 0 \quad \mathbf{u}(0) = \mathbf{u}_0, \quad \dot{\mathbf{u}}(0) = \mathbf{f}(\mathbf{u}_0). \quad (10)$$

Задавая постоянным шаг интегрирования $\Delta t = h$, имеем

$$\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}_n + \frac{h}{6} (\mathbf{q}_1 + 2 \mathbf{q}_2 + 2 \mathbf{q}_3 + \mathbf{q}_4), \quad (11)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{q}_1 &= h\mathbf{f}(\mathbf{u}_n, t_n); \\ \mathbf{q}_2 &= h\mathbf{f}\left(\mathbf{u}_n + \frac{1}{2} \mathbf{q}_1, t_n + \frac{h}{2}\right); \\ \mathbf{q}_3 &= h\mathbf{f}\left(\mathbf{u}_n + \frac{1}{2} \mathbf{q}_2, t_n + \frac{h}{2}\right); \\ \mathbf{q}_4 &= h\mathbf{f}(\mathbf{u}_n + \mathbf{q}_3, t_n + h); \quad \mathbf{u}_n = \mathbf{u}(nh), \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

При выборе шага интегрирования Δt можно использовать условие $\Delta t \ll \frac{T_{\min}}{10}$, если известен наименьший период собственных колебаний системы, или воспользоваться методом последовательных приближений, деля последовательно шаг интегрирования пополам.

Для решения уравнения (3) необходимо задать исходные данные в виде матриц \mathbf{M} , \mathbf{K} , \mathbf{S} и $\mathbf{P}(t)$. Элементы матрицы $\mathbf{P}(t)$ определяются зависимостями (2), если известны параметры неровности λ и Δ . Составление двух первых матриц \mathbf{M} и \mathbf{K} не представляет трудности. Для принятой расчетной схемы (рис. 1) \mathbf{M} имеет вид диагональной матрицы, элементы которой представляют собой массы m_i ($i = 1, 2, 3 \dots g + 2$) системы. \mathbf{K} имеет вид квадратной матрицы $g + 2$ -го порядка. Её ненулевые элементы представляют собой коэффициенты сопротивления демпферов и соответствуют номерам масс, к которым присоединены демпферы.

Рассмотрим порядок составления матрицы \mathbf{S} . Элементы этой матрицы представляют собой реакции связей, наложенных на массы, при единичных вертикальных перемещениях отдельных масс. Эти реакции можно определить из рассмотрения парциальных систем, которые получаются из полной системы путем введения дополнительных связей, устраняющих вертикальные перемещения всех масс, кроме одной.

Для рассматриваемой системы (рис. 1) матрица \mathbf{S} может быть записана в виде блочной матрицы

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где S_{12} — прямоугольная матрица размером $g \times 2$, ненулевые элементы которой представляют собой реакции от упругих элементов c_2, c_4 на массы m_{T_1}, m_{T_2} тележек в соответствующих парциальных системах при единичных перемещениях масс, расположенных по осям шкворневых балок;

$S_{21} = S'_{12}$ — матрица, транспонированная по отношению к S_{12} ;

$$S_{22} = \begin{bmatrix} \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} & 0 \\ c_1 & c_2 \\ 0 & \frac{1}{c_3} + \frac{1}{c_4} \end{bmatrix}; \quad (14) \quad S_{11} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1g} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2g} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{g1} & S_{g2} & \dots & S_{gg} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Элементы матрицы S_{11} представляют собой реакции дополнительных связей в v -й парциальной системе ($v = 1, 2, 3 \dots g$) при действии силы S_{1v} , вызывающей единичное вертикальное перемещение точки закрепления массы m_v . Определение этих реакций для каждой парциальной системы может быть осуществлено путем раскрытия статической неопределимости системы на основе метода сил.

Статическая неопределимость v -й парциальной системы складывается из внутренней статической неопределимости, обусловленной расчетной схемой кузова в виде безраскосной фермы, и внешней статической неопределимости, обусловленной дополнительными связями, образующими парциальную систему. Число неизвестных равно $\bar{n} + g - 3$ (\bar{n} — число контуров, образованных поясами и стойками, за исключением крайних контуров, которые приняты статически определимыми).

Неизвестные X_i могут быть разбиты на две группы: в интервале $1 \leq i \leq \bar{n}$ они представляют собой нормальные силы в верхнем приведенном поясе; при $\bar{n} + 1 \leq i \leq \bar{n} + g - 3$ — реакции в $g - 3$ связях, наложенных на массы. На рис. 1 показаны типовые эпюры внутренних сил M, N, Q от неизвестных $X_i = 1$ первой группы в основной системе, полученной путем разрезов верхнего приведенного пояса [2]. Эпюры от неизвестных второй группы строятся в основной системе только на нижнем приведенном поясе.

Поскольку неизвестными являются не только реакции связей s_{vj} , но и силы s_{vv} , вначале необходимо выполнить расчет v -й парциальной системы при действии силы $\eta_{vv} = 1$. Расчет целесообразно проводить в матричной форме метода сил, приведенной в [3]. При этом для каждой v -й парциальной системы определяют: матрицу T_v , ординат суммарных эпюр внутренних сил M, N, Q по участкам расчетной схемы от действия $\eta_{vv} = 1$; реакции η_{vv} в $g - 1$ дополнительных связях; вертикальное перемещение δ_v точки приложения силы η_{vv} .

Полагая, что деформации элементов расчетной схемы кузова подчиняются закону Гука, имеем

$$S_{vv} = \frac{\eta_{vv}}{\delta_v}; \quad S_{vj} = \frac{\eta_{vj}}{\delta_v}. \quad (16)$$

Таким образом, в результате расчета v -й парциальной системы заполняется v -я строка матрицы S_{11} . Следует заметить, что при определении реакций s_{vv} , соответствующих массам, расположенным по осям шкворневых балок, необходимо учесть жесткость упругих элементов. Тогда $s_{vv} = s_{vv}^* + 1/c_{2(4)}$ (s_{vv}^* определяется из расчета соответствующей парциальной системы). На основании теоремы взаимности работ можно показать, что матрица S_{11} является симметричной относительно главной диагонали. Последнее может быть использовано для проверки расчета.

После решения системы дифференциальных уравнений (1) движения вагона можно определить внутренние усилия в элементах расчетной схемы кузова, возникающие в результате изгибных колебаний. Для заданной скорости V движения вагона и момента времени t матрица T суммарных эпюр внутренних сил по участкам расчетной схемы кузова определяется выражением

$$T = \sum_{v=1,2,3,\dots}^{v=g} \frac{y_v}{\delta_v} T_v, \quad (17)$$

где y_v — вертикальное отклонение v -й массы от исходного положения при колебаниях.

В соответствии с принятой расчетной схемой кузова (рис. 1) суммарные эпюры изгибающих моментов M и перерезывающих сил Q по нижнему приведенному поясу приближенно (учитывая неузловой характер распределения внешних сил) могут быть распределены между верхним и нижним поясами пропорционально их моментам инерции. Погрешность от такого упрощения оказывается небольшой [2].

Изложенная методика расчета кузова при изгибных колебаниях может быть использована для исследования колебаний кузова при иных возмущающих воздействиях (например, при ударе в автосцепку, при прохождении несимметричных неровностей пути).

Кроме того, может быть рассмотрено возмущающее воздействие, имеющее стохастическую природу. При этом задача сводится к отысканию функции распределения внутренних сил в точках элементов несущей конструкции кузова. Эта функция может быть задана в виде

$$p(M_A) = f[m, V, \Phi(\omega), K_{M_A}(\omega), M_{0A}],$$

где m — нагрузка как функция вероятности (с пассажирами, без пассажиров и т. д.);

V — скорость как функция вероятности;

$\Phi(\omega)$ — спектр случайных неровностей пути;

$K_{M_A}(\omega)$ — переходная характеристика системы, характеризующая изменение внутренних сил в точке A в зависимости от частоты ω ;

M_{0_A} — начальное значение внутренних сил в точке A , обусловленных собственным весом конструкции и технологическими напряжениями (функция вероятности).

На основе рассмотренной методики выполнен расчет кузова частного вагона, параметры которого близки вагону трамвая, (рис. 2а). Геометрические характеристики кузова: $l_1 = l_5 = 150$ см; $l_2 = l_3 = l_4 = 166,6$ см; $H = 180$ см; $h = 84$ см; $F_1 = 15$ см²; $I_1 = 100$ см⁴; $F_2 = 130$ см²; $I_2 = 123\,500$ см⁴; $F'_2 = 60$ см²; $I'_2 = 2500$ см⁴; $F_3 = 5$ см²; $I_3 = 45$ см⁴. Значения характеристик сечений соответствуют половине кузова, расположенной по одну сторону от продольной плоскости симметрии. Вес кузова — 6400 кг; вес пассажиров — 8480 кг; вес обрессоренной части колесной пары (колесная пара с упругим центром) — 550 кг. В качестве демпферов использованы гидравлические гасители колебаний с линеализированной характеристикой и коэффициентом вязкого сопротивления $2k = 20$ кгсек/см. Жесткости элементов рессорного подвешивания — $2/c_1 = 29\,600$ кг/см; $2/c_2 = 540$ кг/см.

На рис. 2б приведены характерные формы упругих линий верхнего и нижнего поясов кузова при прохождении неровности пути первой колесной парой с различными скоростями. На рис. 3 показаны формы упругих линий поясов кузова при наезде на неровность второй колесной пары вагона с пассажирами и без пассажиров при $V = 60$ км/час.

Из приведенных иллюстраций видно, что при малых скоростях движения кузов совершает колебания подпрыгивания и продольной качки как твердое тело. При скоростях выше 20 км/час кузов колебается как упругое тело. Причем, вначале имеет место U -образная форма изгиба кузова (при $V = 20 - 30$ км/час). Для $V > 40$ км/час характерна s -образная форма изгибных колебаний.

На рис. 4 построены графики зависимостей перемещений масс m_1, m_2, \dots, m_6 во времени для двух скоростей движения вагона. При $V = 60$ км/час дано сопоставление перемещений масс для кузова с пассажирами и без пассажиров (рис. 4 б). На рис. 5 приведен график ускорения массы m_6 для кузова с пассажирами и $V = 60$ км/час.

В качестве примера выполнен расчет матрицы \mathbf{T} суммарных эпюр внутренних сил в элементах расчетной схемы кузова (рис. 2а) для вагона с пассажирами при $V = 60$ км/час. и $t = 0,4$ сек (форма упругой линии поясов кузова на рис. 3). Соответствующие этой матрице эпюры изгибающих моментов по поясам и простенкам кузова построены на рис. 6 сплошными линиями

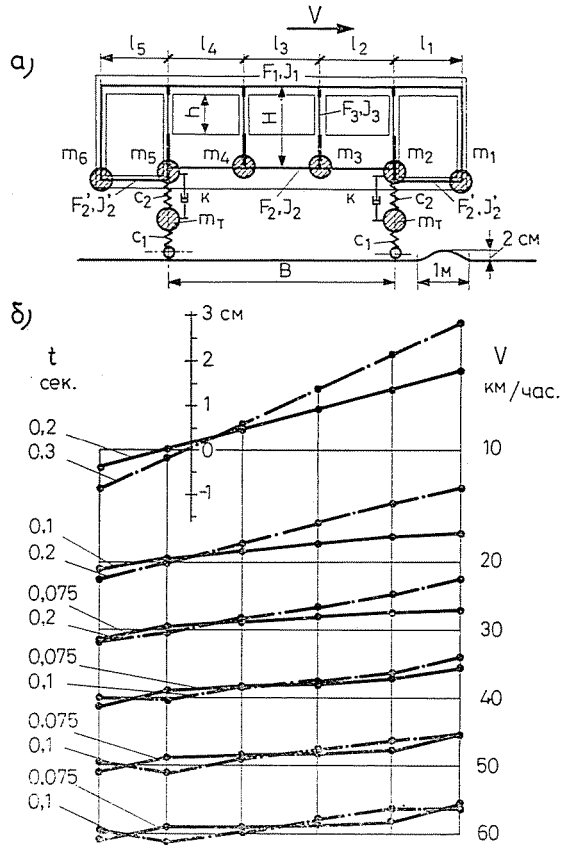


Рис. 2

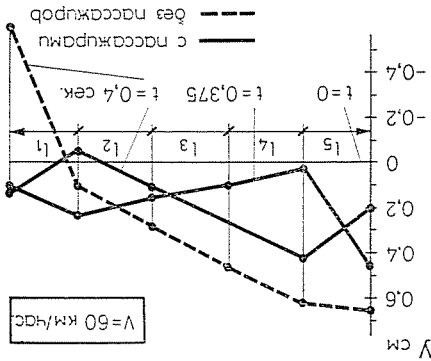


Рис. 3

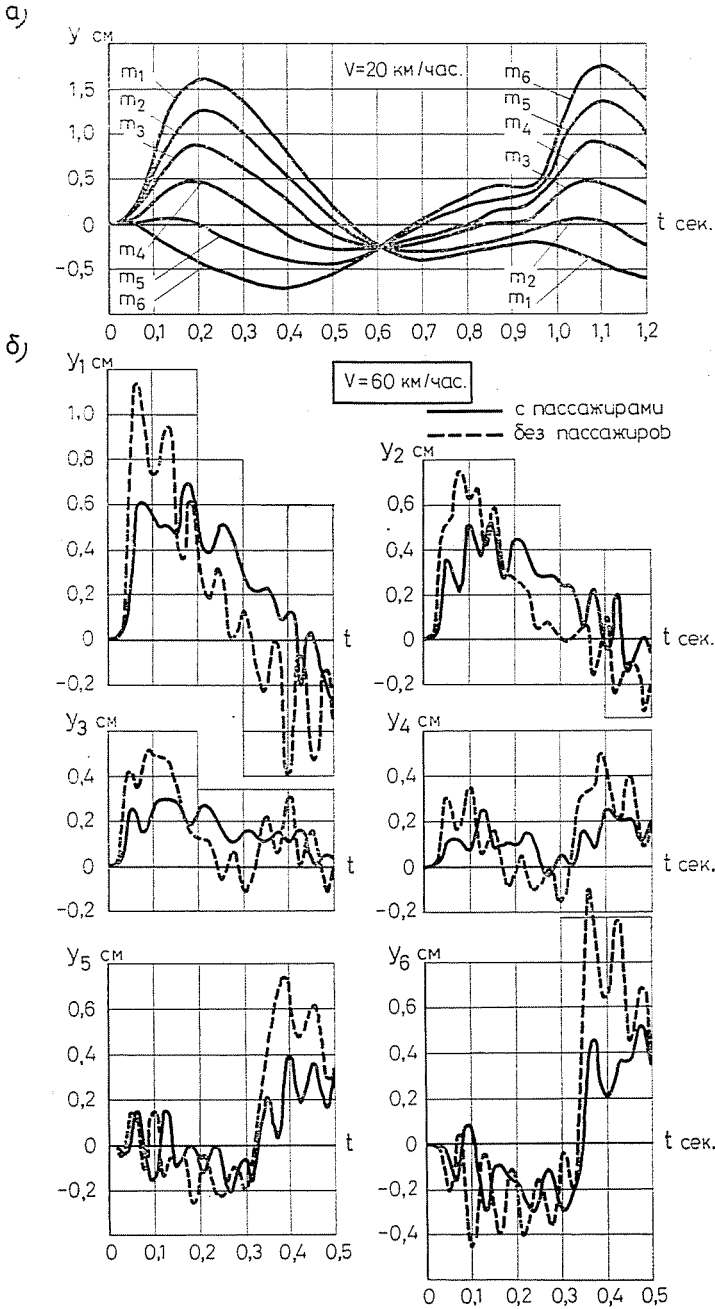


Рис. 4

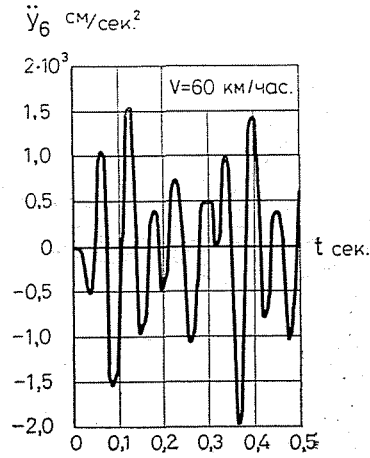


Рис. 5

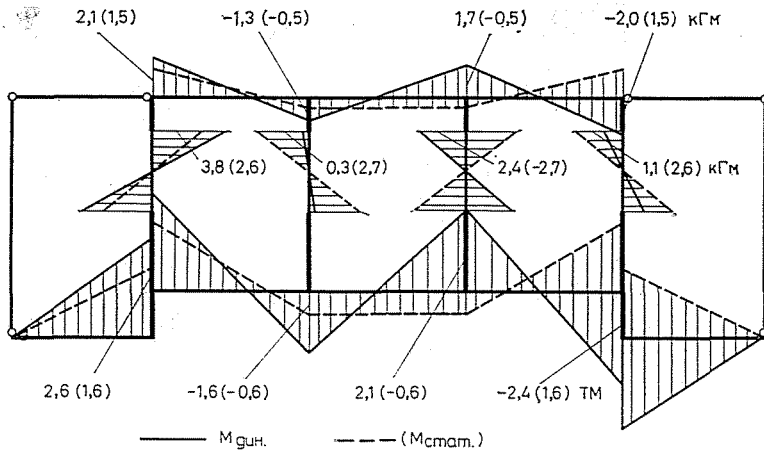


Рис. 6

ординаты этих эпюр помечены цифрами без скобок. Для сопоставления там же приведены эпюры изгибающих моментов от статического действия вертикальной нагрузки (штриховые линии и цифры в скобках).

Как видно, рассматриваемая форма изгибных колебаний кузова приводит к более высоким по модулю изгибающим моментам по поясам кузова, чем статическое действие нагрузки.

Резюме

Приводится методика расчета кузова пассажирского вагона при изгибных колебаниях, возникающих в процессе движения вагона по вертикальным неровностям пути. Решение строится в матричной форме. Рассмотрен пример расчета.

Литература

1. Лазарян, В. А. Динамика вагонов, «Транспорт», Москва, 1964.
2. Никольский, Е. Н. Оболочки с вырезами типа вагонных кузовов, Машгиз, Москва, 1963.
3. Вершинский, С. В., Никольский, Е. Н. и др. Расчёт вагонов на прочность, изд. 2-е, «Машиностроение», Москва, 1971.
4. Yu Chen, *Vibrations: Theoretical Methods*, Addison-Wesley Publ. Comp. Inc. Mass., U.S.A., 1966.

Профессор Пал Михельбергер, 1450 Будапешт, п/я 93, Венгрия.

Доцент В. В. Кобищанов, 241035 Брянск, Институт транспортного машиностроения, СССР.