

# ANNÄHERUNGSRECHNUNG DER BEANSPRUCHUNG VON OMNIBUSTRAGWERKEN

Von

B. SAMU—P. MICHELBERGER

Lehrstuhl für Mechanik, Technische Universität Budapest

(Eingegangen am 6. Juni 1973)

## 1. Die Notwendigkeit einer Annäherungsrechnung

Die Verbreitung der Rechenanlagen und die erfreuliche Zunahme der in der Programmierung bewanderten Fachleute ermöglichen heute, die statische Bemeßung der Omnibus-tragwerke mit einer beliebigen Genauigkeit. Diese Verfahren sind aber eher zur Kontrolle von fertigen (bereitsentwickelten) Konstruktion bestimmt, sie geben wenige Anleitung zur Entwurfsarbeit. Die unter dem Namen Modifikationsverfahren bekannten Programme für die Veränderung der Konstruktion können bloß die Änderung weniger Konstruktionselemente verfolgen und diese Änderungen beziehen sich leider auch nur auf die Querschnittsdaten, das geometrische Netz kann nicht geändert werden [1, 2]. Die Anwendung der Rechenanlagen wird für den Konstrukteur durch den Umstand erschwert, daß diese ihm nur dann zur Verfügung stehen, wenn sie für keine andere betriebliche Aufgaben in Anspruch genommen werden. Während der Planung, für die Ausarbeitung der Grundvariante und die Bestimmung der Hauptabmessungen wird der Ingenieur wahrscheinlich auch in der Zukunft handlicher (vielleicht mit Hilfe einer Tischrechenmaschine durchführbarer) rascher Annäherungsrechnungen bedürfen.

## 2. Das Modell der Berechnung

Die Anwendbarkeit jeder Annäherungsrechnung hängt grundsätzlich von der richtigen Modellierung der Konstruktion ab. Das Modell muß mehr oder weniger treu die Eigenschaften der Großausführung widerspiegeln, da die Zuverlässigkeit der Annäherung davon abhängt, andererseits muss das Modell einfach sein, weil es nur so für die schnelle manuelle Berechnung geeignet ist.

Von der Analyse der Modellgestaltung (die zu umfangreich und nur mit Meßungen und verwickelten, genauen Berechnungen zu verfolgen ist) wird hier abgesehen, wir beschränken uns auf die Beschreibung des auf Grund der bisherigen Erfahrungen gewählten Modells.

Das Tragwerk des Omnibusses kann als ein durch ebene Wände begrenzter, geschlossener Kasten betrachtet werden, der mit zahlreichen Tür- und Fensteröffnungen durchbrochen ist (Abb 1). Bei der Berechnung der räumlichen Kastenkonstruktion können die einzelnen Begrenzungsflächen in Gedanken getrennt werden (wenn die Wirkung der Verbindung die Kanten entlang mit entsprechenden Kräften berücksichtigt wird) und die Untersuchungen werden auf der so erhaltenen ebenen Konstruktion vorgenommen. Bei Biegebelastungen wird sich die Berechnung — selbstverständlich — auf die Untersuchung der Seitenwände beschränken.

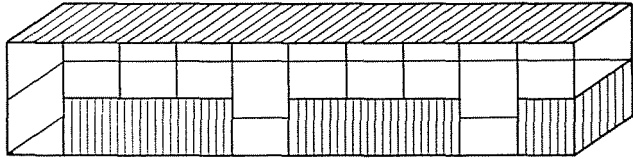


Abb. 1

Bei Torsionsbelastung sind aber alle Begrenzungsflächen belastet, die im vorigen erwähnte Trennung ermöglicht jedoch auch in diesem Falle die getrennte Untersuchung der einzelnen Begrenzungsflächen. Die Wechselwirkung der Flächen kann nach der Methode von SCHWYZER [3] berücksichtigt werden. Die Methode der Kantenkräfte führt bei den durch ebene flächen einfach umschlossenen räumlichen Konstruktionen nachgewiesenermaßen immer zu einer statisch bestimmten Aufgabe, auf deren Einzelheiten hier nicht eingegangen wird. [4].

Den mit Fahrzeugkonstruktionen bekannten Fachleuten war es auffallend, daß das Modell die im Bodentragwerk vorhandenen Längs- und Querträger nicht enthält. Bei der genauen Berechnung darf die Rolle derselben im allgemeinen nicht vernachlässigt werden, in dieser Annäherungsrechnung sind sie aber als Übertragungsträger berücksichtigt, die ausschließlich eine Kraftübertragungsrolle spielen. Bei zeitgemäßen Konstruktionen laufen die längsträger des Bodentragwerkes, in der Regel nicht die gesamten Länge der Karosserie entlang, sondern sie sind teils wegen der Anordnung des Motors und des Gepäckraumes an mehreren Stellen unterbrochen. In solchen Fällen ist die Annahme des Übertragungsträgers noch begründeter und ausnahmsweise auch in der genauen Berechnung gestattet.

In der gesamten Berechnung (ob es sich um die Untersuchung der Biege — oder der Torsionsbelastungen handelt) stellt wegen der Tür- und Fensteröffnungen die Untersuchung der Seitenwände das schwierigste Problem dar. Im folgenden soll daher nur das Modell der Seitenwand im Einzelnen behandelt und als weitere Vereinfachung angenommen werden (Abb. 2), daß:

— das in Abb. 2 schraffierte ebene Tragwerk unter den Fenstern (Fachwerkträger, Schubwandträger, versteifte Schale, Verbundkonstruktion, usw.) durch die in seiner eigenen Ebene wirkende äußere Belastung, im Verhältnis zu den anderen Teilen der Seitenwand nur in vernachlässigbarem Masse deformiert wird also praktisch, steif ist;

— die Türöffnungen mit einem einfachen biegsamen Rahmen zu modellieren sind, dessen an den steifen Tragwerksabschnitt unter den Fenstern anstoßende Teile — von der konstruktiven Ausbildung abhängig — ebenfalls steif sind;

— die Fensterpfosten zwischen den Türen biegsam sind;

— die Verbindung der Fensterpfosten mit dem unter dem Fenster befindlichen Feld (von der konkreten Ausführung der Konstruktion abhängig) entweder steif oder elastisch sein kann;

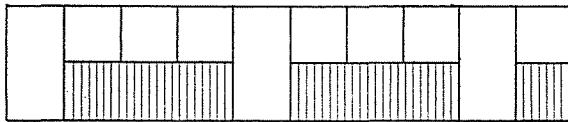


Abb. 2

— die Verbindung der Fensterpfosten mit dem Gurt über dem Fenster entweder eine Gelenkverbindung nach der Annahme von BIECK [5] oder eine elastische Einspannung (nach der Annahme von FABRY [6]) sein kann;

— der Fenstergurt Normalkräften gegenüber vollkommen steif ist;

— der Fenstergurt auch Biegebelastung aufnehmen kann, aber in der Mitte jedes einzelnen Fensterfeldes ein Inflexionspunkt sich befindet, (Annahme von FABRY) der sich wegen der konstruktiven Gestaltung unter Umständen verschieben kann.

Von den auch mehrere Varianten gestattenden Annahmen werden im weiteren die Verbindung des Fenstergurts und des Fensterpfostens als steif betrachtet und hinsichtlich der Lage des Inflexionspunktes wird keine Bedingung vorgeschrieben. Damit wird die verwickelteste Variante des gegebenen Modells untersucht. Durch jede weitere Vereinfachung (Annahmen von BIECK, FABRY) wird die Berechnung vereinfacht, die Ergebnisse werden aber ungenauer.

Bei der Wahl des Modells wurde berücksichtigt, daß ein Bruch der Tragwerke im allgemeinen in den Ecken der Rahmen (Türen und Fenster) erfolgt. Die Annäherungsrechnung ist gerade darauf gerichtet, die Beanspruchungen an diesen kritischen Stellen zu bestimmen bzw., im Falle von zu hohen Beanspruchungen, deren Höhe durch Querschnittsveränderung zu vermindern.

### 3. Vereinfachung der Berechnung der Seitenwand mit Hilfe eines statisch unbestimmten Hauptsystems

Das vereinfachte Seitenwandmodell ist statisch noch immer eine recht komplizierte, mehrfach unbestimmte Konstruktion. Daher werden die Berechnungen derart aufgebaut, daß die die Seitenwand bildenden drei verschiedenen Trägertypen (Türrahmen, Fensterfeld und das Feld unter dem Fenster) voneinander möglichst getrennt werden. Das Feld unter dem Fenster als steif betrachtet, ist der statische Unbestimmtheitsgrad der Seitenwand  $3n$ .

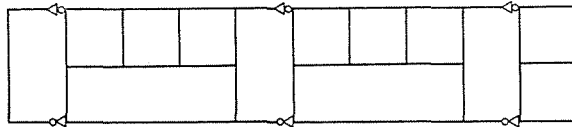


Abb. 3

(Das Verfahren von BIECK berücksichtigt nur eine Unbekannte, das von FABRY nur zwei Unbekannten, je Fensterfeld, die mit Hilfe eines statisch unbestimmten Hauptsystems aus zwei voneinander unabhängigen Gleichungssystemen berechnet werden.) Die Berechnungen werden unter Zugrundelegung der Methode der statisch unbestimmten Hauptsysteme durchgeführt [7] weil damit das Gleichungssystem mit  $3n$  Unbekannten in unabhängige Gruppen zerlegt werden kann. Würd das statisch unbestimmte Hauptsystem nach Abb. 3 her ausgebildet — d. h. in Gedanken in den Schnitt durch die eine (z. B. rechte) Ecke jedes einzelnen Türrahmens unten und oben ein Gelenk bzw. ein bewegliches Auflager so eingesetzt, daß sich die beim oberen beweglichen Lager verbundenen Teile im Verhältnis zueinander in senkrechter Richtung verschieben können — erhält man ein Hauptsystem, in dem die Berechnung der in den Ecken der Türpfosten wirkenden Beanspruchungen eine hervorgehobene Bedeutung gewinnt. Das statisch unbestimmte Fensterfeld und das unter dem Fenster befindliche steife Feld sind gleichzeitig vom Türrahmen gut getrennt. (Das so herausgebildete Hauptsystem ist hinsichtlich des Türrahmens der Empfehlung von SUTTER [8] verwandt, aber was das Fensterfeld anbetrifft, durchaus abweichend.)

Für die Bemessung der Türrahmen muß die Beanspruchung derselben bestimmt werden, die im statisch unbestimmten Hauptsystem von der äußere Gleichgewichtsbelastung und von den im fiktiven Gelenk wirkenden spezifischen Gleichgewichtskräften herrührt; danach können in Kenntnis derselben die Kompatibilitätsgleichungen der Türrahmen aufgeschrieben werden, die — unabhängig von den Fensterfeldern — gelöst werden können. In Wirklichkeit beeinflussen die benachbarten Türrahmen über die zwischenliegenden

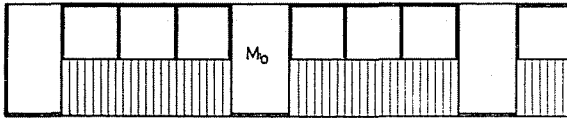
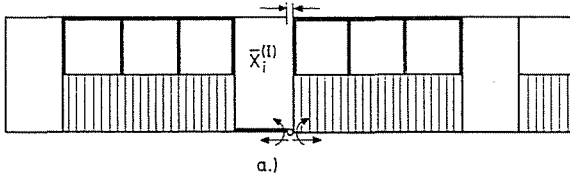
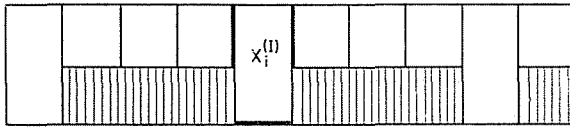


Abb. 4



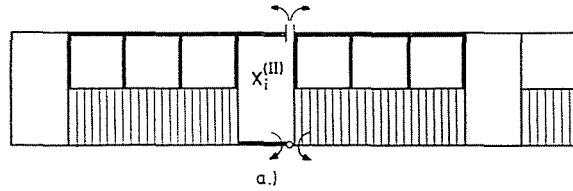
a.)



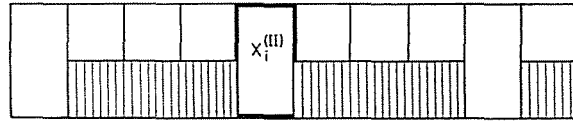
b.)

Abb. 5

Fensterposten gegenseitig ihre Deformationen, und so gelangt man im Prinzip zu einem zusammenhängenden Gleichungssystem, wo die Unbekannten aller Türen der Seitenwand vorkommen. Bei den in der Regel 3 Türen ergibt das ein Gleichungssystem mit 9 Unbekannten, in dem 3—8 Unbekannten je Gleichung vorkommen. Ein solches Gleichungssystem ist für die manuelle Berechnung nicht mehr geeignet, es darf aber mit guter Näherung angenommen werden — falls der Abständen zwischen den Türen groß genug ist (wenigstens drei Fensterfeldern gleich) —, daß die Wirkung der Gleichgewichtskraftsysteme im Türrahmen nach dem de Saint Venantschen Prinzip bis zum nächsten Türrahmen verschwindet; daher kann die endgültige Beanspruchung der einzelnen Türrahmen aus unabhängigen Gleichungssystemen (mit je 3 Unbekannten) getrennt berechnet werden. Das Problem der Berechnung der geschlossenen Rahmentragwerke wird hier nicht behandelt, es wird nur darauf hingewiesen, daß die Bestimmung der Einheits- und Belastungsfaktoren der Kompatibilitätsgleichung wesentlich vereinfacht werden kann, wenn die Deformationen mit Hilfe der im statisch vollkommen bestimmten Hauptssystem auftretenden Beanspruchungen berechnet werden. [9] Die Abb. 4, 5, 6 und 7 geben dazu eine Anleitung, wobei unter a) mit einer dick ausgezogenen Linie hervorgehoben ist, welche Elemente des statisch unbestimmten Hauptsystems durch äußeren Belastung und durch die einzelnen Einheitsbelastungen eine Biegebeanspruchung erhalten. Bei der Berechnung der Einheits- und Belastungsfaktoren kann die eine Beanspruchung auch auf das statisch vollkommen bestimmte Hauptssystem verlegt werden (Abb. 5, 6 und 7b), es genügt also, den Integrationsbereich in jedem Falle auf den Türrahmen zu beschränken.

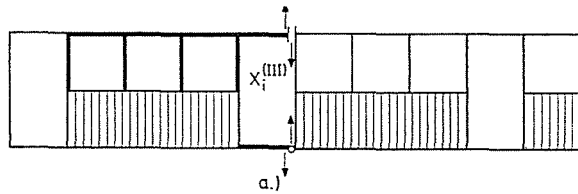


a.)

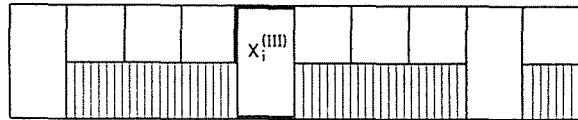


b.)

Abb. 6



a.)



b.)

Abb. 7

#### 4. Untersuchung des statisch unbestimmten Teils des Seitenwand-Hauptsystems

Die Seitenwand ist durch die Seitenwandpfosten in  $n$  Teile geteilt. Unter den obenerwähnten Bedingungen ist die Seitenwand statisch 3  $n$ -fach unbestimmt, d. h. es sind bei den gebräuchlichen Omnibusanordnungen im allgemeinen 24—36 Unbekannten zu bestimmen. Diese Operation wird dadurch vereinfacht, daß die inneren Kräfte — mit dem gewählten Hauptsystem — gruppenweise bestimmt werden. Das wird dadurch ermöglicht, daß das Hauptsystem des statisch unbestimmten Teils des Hauptsystems wieder als statisch unbestimmt betrachtet wird, wo die unbekannt inneren Kräfte mit geschlossenen Formeln berechnet werden können. Ein großer Teil der durch die Einheitsbelastungen verursachten statisch unbestimmten inneren Kräfte kann ein für alle Mal mit Werten, die für jede Omnibuskonstruktion gültig sind, im vorhinein berechnet werden.

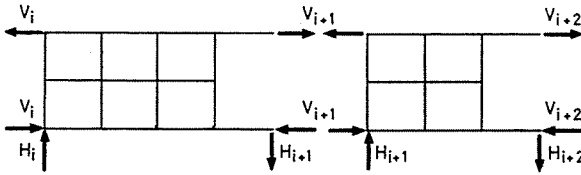


Abb. 8

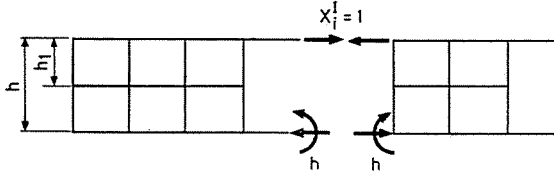


Abb. 9

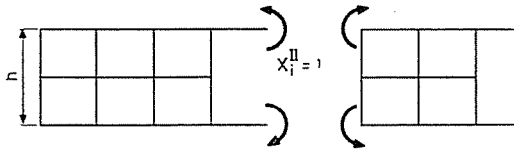


Abb. 10

Nach der Berechnung der inneren Kräfte des statisch unbestimmten Teiles des Seitenwandhauptsystems müssen für die Untersuchung der ganzen Seitenwand nur 3 unbekannte innere Kräfte, je Tür bestimmt werden.

Die auf den statisch unbestimmten Teil des Hauptsystems zwischen zwei Türen wirkenden Belastungen sind:

*0-Belastung* (Abb. 8):

— das durch die bei den oberen und unteren Gelenken des Hauptsystems wirkenden waagerechten Kräfte  $V_i$  gebildete Kräftepaar;

— die im unteren Gelenk des Hauptsystems wirkende senkrechte Kraft  $H_i$

*Belastung*  $X_i^I = 1$  (Abb. 9)

— das durch die auf das obere und das untere Gelenk wirkenden Kräfte  $X_i^I = 1$  gebildete Kräftepaar und das sich damit in Gleichgewicht befindende Moment  $h$ , das auf das untere Gelenk wirkt.

*Belastung*  $X_i^{II} = 1$  (Abb. 10)

— das auf das obere Gelenk wirkende Moment  $X_i^{II} = 1$  und das diesem Gleichgewicht haltende Moment am unteren Gelenk.

*Belastung*  $X_i^{III} = 1$  (Abb. 11)

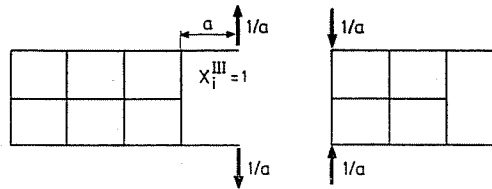


Abb. 11

— die auf das obere und das untere Gelenk wirkenden, einander Gleichgewicht haltenden senkrechten Kräfte von der Größe  $1/a$  bzw. das durch diese in der oberen Ecke des äußeren Fensters entwickelte Moment  $X_i^{III} = 1$ .

Im bei der Letzteren Belastungsart darf die Deformation des  $i + 1$ -ten statisch unbekanntem Teiles vernachlässigt werden.

Wie ersichtlich ist, muß das Fensterfeld bzw. der statisch unbestimmte Konstruktionsteil nur auf zwei Belastungsarten untersucht werden:

- in bezug auf die horizontale Kraft, die in der Achse des Gurts über dem Fenster wirkt ( $V = 1 = X_i^I = 1$ ),
- in bezug auf das Moment im Gurt über dem Fenster

$$(M = 1 = X_i^{II} = 1 = X_i^{III} = 1).$$

Werden die Berechnungen für Einheitsschubkraft und Einheitsmoment durchgeführt erhält man, die durch eine Kraft bzw. ein Moment beliebiger Größe erzeugte Beanspruchung und Deformation durch Multiplikation mit einem entsprechenden Proportionalitätsfaktor. Der mit  $n + 1$  Fensterepfosten auf  $n$  Felder geteilte statisch unbestimmte Konstruktionsteil wird — unter den erwähnten Bedingungen — als ein  $3n$ -fach unbestimmter Träger berechnet. Es ist günstig, ein Hauptsystem nach Abb. 12 anzunehmen, wo zwischen den oberen Ende der Pfosten und dem Gurt über dem Fenster in Gedanken ein Gelenk eingesetzt wird. Dieses Hauptsystem ist  $2n - 1$ -fach unbestimmt, dennoch sind die Berechnungen einfach durchzuführen.

Wie Abb. 13 zeigt, sind bei Belastungen  $V = 1$  bzw.  $X_i^I = 1$  nur die Fensterpfosten auf Biegung beansprucht, bei Belastungen  $M = 1$ ,  $X_i^{II} = 1$ ,

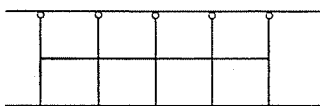


Abb. 12

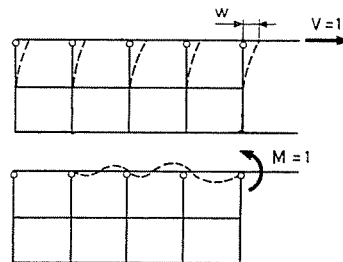


Abb. 13



und  $X_i^{III} = 1$ , ist es nur der Gurt über dem Fenster. In diesem Falle nehmen die auftretenden Beanspruchungen mit der Entfernung von der Stelle der Krafteinleitung rasch ab. Die Berechnung der inneren Kräfte und der Deformationen des  $2n-1$ -fach unbestimmten Hauptsystems wird also — da die Konstruktion durch die in Gedanken angenommenen Gelenke in zwei Teile getrennt ist — dadurch vereinfacht, dass die durch eine Belastung  $V = 1$  erzeugten Beanspruchungen und Deformationen nur für die Fensterpfosten bestimmt werden müssen ( $n$  Unbekannte), während für das Moment  $M = 1$  nur der Gurt über dem Fenster untersucht wird ( $n-1$  Unbekannte).

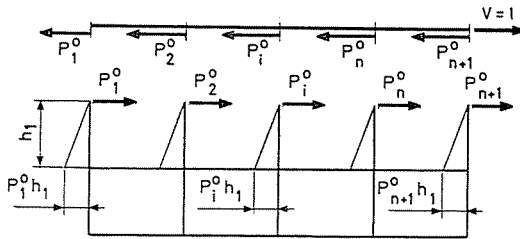


Abb. 14

In diesem Falle des mit Einheitsschubkraft ( $V = 1$ ) belasteten Hauptsystems halten die an den Pfostenenden angreifenden Horizontalkräfte  $P_i^0$  der äußeren Kraft Gleichgewicht. Ihre Größe ist davon unabhängig, ob die Schubkraft  $V$  auf die rechte oder die linke Seite der Konstruktion wirkt (Abb. 14), weil die durch die Axialkraft verursachte Deformation des über dem Fenster befindlichen Gurtes vernachlässigt wurde. Die am  $i$ -ten Pfosten angreifende Kraft ist:

$$P_i^0 = \frac{VI_i}{\sum_{i=1}^{n+1} I_i} \quad \left( \text{das Vorzeichen ist positiv, wenn der Vektor nach rechts zeigt} \right)$$

Die durch die Kräfte  $P_i^0$  verursachten Beanspruchungen (Abb. 14) entsprechen der 0-Belastung des untersuchten Trägereils und verursachen beim oberen Ende der Pfosten eine Verdrehung ( $\varphi_{i0}$ );

$$\varphi_{i0} = \frac{P_i^0 h_1^2}{2EI_i} = \frac{h_1^2}{2E \sum_{i=1}^{n+1} I_i} V \quad \left( \text{positiv, bei einer Verdrehung im Uhrzeigersinn} \right)$$

Die  $\varphi_{i0}$ -Werte sind die ständigen Glieder des Gleichungssystems der Verformungsbedingungen. Die Verdrehung jedes Pfostenendes ist, wegen der Steifigkeit des Gurts über dem Fenster, die Gleiche.

Das Pfostenende wird auch um  $w_0$  seitlich verschoben. Im Sinne der Grundbedingung ist die Verschiebung für jedes Pfostenende gleich:

$$w_0 = \frac{P_i^0 h_1^3}{3EI_i} = \frac{h_1^3}{3E \sum_{i=1}^{n+1} I_i} V$$

Die Unbekannten inneren Kräfte des untersuchten Konstruktionsteiles sind die bei den Gelenken des Hauptsystems auftretenden Momente  $X_i$  (Abb. 15). Durch diese werden sowohl die Fensterpfosten als auch die Gurte über Fenstern

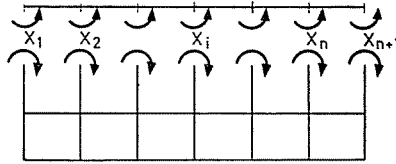


Abb. 15

verformt. Die Deformationen werden einerseits durch die Verdrehung  $\varphi_{ik}^{(1)}$  der Pfostenenden, andererseits, durch die  $\varphi_{ik}^{(2)}$  Verdrehung der Gurtquerschnitte gekennzeichnet.  $\varphi_{ik}$  bedeutet im allgemeinen die Verdrehung des  $i$ -ten Pfostens infolge des auf den  $k$ -ten Pfosten wirkenden Moments  $X_k = 1$ . Das Verhältnis der Verdrehung des Pfostens zu der Verdrehung des Gurts ist:  $\varphi_{ik} = \varphi_{ik}^{(1)} + \varphi_{ik}^{(2)}$ .

Diese Erscheinung scheint verwickelt zu sein, bei der Untersuchung werden jedoch einfache Zusammenhänge erhalten, die in der Praxis günstig anzuwenden sind.

Das auf den  $k$ -ten Pfosten wirkende Moment  $X_k = 1$  verursacht die  $\varphi_{kk}^{(1)}$  und die Verschiebung  $w$  des Pfostenendes. Wären die Pfostenenden nicht durch den Gurt über dem Fenster verbunden, so wären die Verdrehung

$$\varphi = \frac{h_1}{EI_k},$$

und die Verschiebung

$$w = \frac{h_1}{2EI_k}$$

Tatsächlich hindert, infolge der Zwangsverbindung zwischen den Pfostenenden, der elastische Widerstand  $P_i^{(1)}$  der anderen  $n$  Pfosten mit einer auf das Ende des  $k$ -ten Pfostens wirkenden Kraft  $P_k^{(1)}$  dessen Deformation (Abb. 16). Diese Kraft  $P_k^{(1)}$  ist mit den an den anderen Pfostenenden angreifenden Kräften  $P_i^{(1)}$  in Gleichgewicht:

$$P_k^{(1)} = - \sum_{i=1}^{n+1} P_i^{(1)} \quad (i \neq k)$$

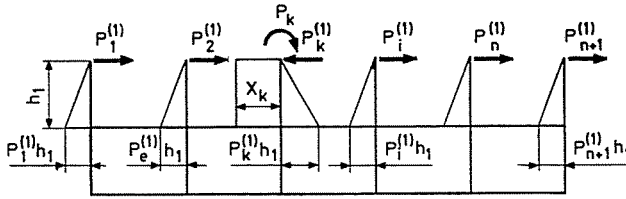


Abb. 16

Die Werte von  $P_i^{(1)}$  und  $P_k^{(1)}$  werden außerdem aus der Voraussetzung berechnet, daß die Verschiebung des  $k$ -ten Pfostens gleich den Verschiebungen der anderen ist:

$$w_k = w_i = \frac{h_1^2}{2EI_k} + \frac{P_k^{(1)} h_1^2}{3EI_k} = \frac{P_k^{(1)} h_1^2}{3EI_k}$$

und

$$\frac{\sum_{i=1}^{n+1} P_k^{(1)} (i \neq k)}{P_i^{(1)}} = \frac{\sum_{i=1}^{n+1} I_i (i \neq k)}{I_i}$$

Nach Durchführung der Berechnungen ergibt sich:

$$P_i^{(1)} = \frac{3}{2h_1} \frac{I_i}{\sum_{i=1}^{n+1} I_i}$$

$$P_k^{(1)} = \frac{3}{2h_1} \frac{I_k}{\sum_{i=1}^{n+1} I_i} - \frac{3}{2h_1} = \frac{I_k}{I_i} P_i^{(1)} - \frac{3}{2h_1}$$

$$w = \frac{h_1^2}{2E \sum_{i=1}^{n+1} I_i}$$

Infolge des in Punkt  $k$  wirkenden Momentes  $X_k = 1$  ist die durch die beim  $i$ -ten Pfostenende angreifende Kraft  $P_i^{(1)}$  verursachte Verschiebung:

$$\varphi_{ik}^{(1)} = \frac{P_i^{(1)} h_1^2}{2EI_i} = \frac{3}{4E} \frac{h_1}{\sum_{i=1}^{n+1} I_i}$$

Aus der Formel läßt sich feststellen, daß Moment  $X_k$  durch das jedes Pfostenende  $i \neq k$  um gleichen Winkel verdreht wird, unabhängig von der Steifigkeit des Pfostens.

Infolge des in Punkt  $k$  wirkende Moments  $X_k = 1$  ist die Verdrehung des  $k$ -ten Pfostenendes:

$$\varphi_{kk}^{(1)} = \frac{h_1}{EI_k} + \frac{P_k^{(1)} h_1^2}{2EI_k}$$

den vorigen Ausdruck von  $P_k^{(1)}$  eingesetzt, erhält man:

$$\varphi_{kk}^{(1)} = \frac{h_1}{4EI_k} + \frac{3h_1}{4E \sum_{i=1}^{n+1} I_i} = \varphi_{ik}^{(1)} + \frac{h_1}{4EI_k}$$

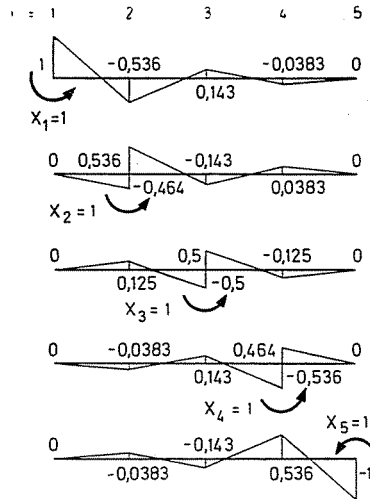


Abb. 17

Die durch die Momente  $X_k = 1$  verursachten Beanspruchungen im Gurt über dem Fenster können mit Hilfe von Differenzgleichungen oder CLAUPEYRON-Gleichungen oder nach anderen Verfahren, zur Berechnung von durchlaufenden Trägern berechnet werden. Damit erhält man für beliebige Omnibusseitenwände gültige  $M^{(1)}$ -Momentenverläufe, in Abhängigkeit von der Anzahl der Fensterfelder. Die Momentenverläufe für  $n = 4$  Fensterfelder sind in Abb. 17 zu sehen. Mit zunehmender Entfernung von der Kräfteinleitung nehmen die Beanspruchungen in jedem Fall rasch ab.

Die Verdrehung  $\varphi_{ik}^{(2)}$  des Gurtquerschnitts bei den Pfosten wird ebenfalls aus den Zusammenhängen für durchlaufende Träger berechnet.

Bei einer Teilung  $a$  und dem Trägheitsmoment des Gurtquerschnitts  $I_1$  werden die Verdrehungswinkel wie folgt berechnet:

$$\varphi_{ik}^{(2)} = \frac{a}{EI_1} C$$

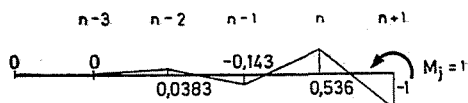


Abb. 18

wo die von der Anzahl der Fensterfelder und der Stelle  $i$  abhängigen Werte der Konstanten  $C$  ein für alle Mal berechnet werden können.

Die  $k$ -te Gleichung des Kompatibilitätsgleichungssystems gestaltet sich wie folgt:

$$\begin{aligned} & (\varphi_{k1}^{(1)} + \varphi_{k1}^{(2)}) X_1 + (\varphi_{k2}^{(1)} + \varphi_{k2}^{(2)}) X_2 + \dots + \\ & + (\varphi_{kk}^{(1)} + \varphi_{kk}^{(2)}) X_k + \dots + (\varphi_{kn}^{(1)} + \varphi_{kn}^{(2)}) X_n + \\ & + (\varphi_{k(n+1)}^{(1)} + \varphi_{k(n+1)}^{(2)}) X_{n+1} = -\varphi_{k0}^{(1)} \end{aligned}$$

Es versteht sich von selbst, daß die Resultierende Belastung symmetrisch ist, d. h.  $X_1 = X_{n+1}, X_2 = X_n \dots$ . Daraus folgt, daß die Anzahl der zu berechnenden Unbekannten  $\frac{n+1}{2}$  anstatt  $n+1$  (wenn  $n+1$  eine gerade Zahl ist) bzw.  $\frac{n}{2} + 1$  (wenn  $n+1$  eine ungerade Zahl ist) sein wird.

Die Beanspruchungen des statisch unbestimmten Teils sind bei der Belastung  $V=1$ :

$$\begin{aligned} P_i &= P_i^{(0)} + \sum P_i^{(1)} X_i \\ M_i &= \sum M_i^{(1)} X_i \end{aligned}$$

Das Einheitsmoment  $M$  wirkt nur auf das eine Ende des Fenstergurts mit  $n+1$  Stützen (auf der rechten Seite  $M_j$ , auf der linken Seite  $M_b$ ), und verursacht nur im Gurt eine Beanspruchung, die Fensterpfosten werden nicht beansprucht. Die Beanspruchungen  $M_i^0$  lassen sich ebenfalls nach einem für durchlaufende Träger bekannten, beliebigen Verfahren bestimmen. Ist die Pfostenteilung konstant, erhält man eine für jeden Seitenwandteil gültige Beanspruchungsverteilung, in Abhängigkeit von der Anzahl der Abschnitte. Abb. 18 zeigt den Momentenverlauf für die Belastung  $M_j = 1$  bei einer Abschnittszahl  $n = 4$ . (Die Momente  $M_j$  bzw.  $M_b$  sind positiv, wenn sie gegen den Uhrzeiger drehen.) Damit wird der Momentenverlauf bei  $M_b = 1$  antisymmetrisch.

Die Verdrehungen der Gurtquerschnitte  $\varphi_{i0}^{(2)}$  an den oberen Pfostenenden können auch mit einer geschlossenen Formel berechnet werden, und diese werden als die konstanten Glieder des Gleichungssystems der Verformungsbedingungen in folgende Form erhalten:

$$\varphi_{i0}^{(2)} = -\frac{a}{EI_1} G_1$$

Die linke Seite des Verbindungsgleichungssystems ist übrigens gleich jener des für die  $V = 1$  Belastung abgeleiteten Gleichungssystems. Die Abweichung besteht darin, daß auf der rechten Seite die obigen Werte von  $\varphi_{10}^{(2)}$  anstatt  $-\varphi_{10}^{(1)}$  stehen.

Die Beanspruchungen des statisch unbestimmten Teils des Seitenwand-Hauptsystems sind bei einem Moment  $M = 1$ :

$$P_i = \sum X_i P_i^{(1)}$$

$$M_i = \sum M_i^0 + \sum X_i M_i^{(1)}$$

Bei der Untersuchung der ganzen Seitenwand müssen noch für jede Tür je drei Horizontal Kräfte  $X_i$  und die Momente  $X_i^{II}$  und  $X_i^{III}$  z. B. nach dem Kraftgrößen-verfahren bestimmt werden. Die endgültigen Beanspruchungen der Seitenwand werden durch Multiplikation der durch die Einheitsbelastung verursachten Beanspruchungen mit  $V_i$ ,  $H_i a$ ,  $X_i^I$ ,  $X_i^{II}$  und  $X_i^{III}$  dann — in der üblichen Weise — durch deren Superposition erhalten.

*Bemerkung:* Bei der Berechnung des statisch unbestimmten Teils des Seitenwandhauptsystems müssen für die Belastung  $M = 1$   $n + 1$  unbekannte Momente  $X_i$  bestimmt werden. Die Anzahl der Unbekannten kann dadurch vermindert werden, daß der Trägerteil zuerst auf beiden Seiten mit einem Moment  $M_j = M_b = 1$  belastet wird. Die Unbekannten und die Verdrehungen werden die folgenden sein:

$$\begin{array}{ll} X_1 = -X_{n+1} & \varphi_{10}^{(2)} = \varphi_{n+1,0}^{(2)} \\ X_2 = -X_n & \varphi_{20}^{(2)} = \varphi_n^{(2)} \\ X_3 = -X_{n-1} & \varphi_{30}^{(2)} = \varphi_{n-1,0}^{(2)} \end{array}$$

So ist die Anzahl der Unbekannten wieder  $\frac{n+1}{2}$  (wenn  $n+1$  eine gerade Zahl ist) bzw.  $\frac{n}{2} + 1$  (wenn  $n+1$  eine ungerade Zahl ist).

Zweitens werden beide Seiten mit  $M_b = -M_j = 1$  Momenten belastet. Dann sind die Unbekannten und die Verdrehungen:

$$\begin{array}{ll} X_1 = X_{n+1} & \varphi_{10}^{(2)} = -\varphi_{n+1,0}^{(2)} \\ X_2 = X_n & \varphi_{20}^{(2)} = -\varphi_n^{(2)} \\ X_3 = X_{n-1} & \varphi_{30}^{(2)} = -\varphi_{n-1,0}^{(2)} \end{array}$$

Die Zahl der Unbekannten ist auch hier  $\frac{n+1}{2}$  bzw.  $\frac{n}{2}$ . Die Beanspruchungen bei einseitiger Belastung werden durch Superposition der obigen zwei Belastungen erhalten (Abb. 19).

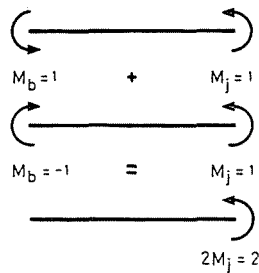


Abb. 19

## 6. Möglichkeiten der Weiterentwicklung des Berechnungsverfahrens

### 6.1 Die Berücksichtigung der elastischen Einspannung des Pfostens

Die Berechnung kann ohne wesentlich komplizierter zu werden, weiterentwickelt werden und auch andere Faktoren berücksichtigen. So hat z. B. die elastische Einspannung der Fensterpfosten einen nicht vernachlässigbaren Einfluß auf die Deformationen. In der Regel ist die untere Einspannung der Fensterpfosten nicht steif. Die Steifheit der Einspannung wird mit dem durch das Einheitsmoment der Einspannung des Fensterpfostens verursachten Verdrehungswinkel  $\gamma$  ausgedrückt. [10] Diese kann auf rechnerischem oder experimentellem Wege bestimmt werden. Sie kann berücksichtigt werden indem man anstatt des Trägheitsmoments der Pfosten mit reduzierten Trägheitsmomenten rechnet, die auch die Wirkung der elastischen Einspannung enthalten. Damit werden sich die abgeleiteten Formeln ändern, aber der Verlauf der Berechnung bleibt unverändert. Durch die Berücksichtigung der elastischen Einspannung werden im Falle von  $n + 1$  Pfosten weitere  $n + 1$  Unbekannten in die Berechnung eingeführt. Die Wirkung derselben darf aber infolge der Einführung des reduzierten Trägheitsmoments als bekannt betrachtet werden, und damit erfordert die Berechnung der 4  $n$ -fach unbestimmten Seitenwand nur wenig Mehrarbeit im Vergleich zu der diese nicht berücksichtigenden Berechnung.

### 6.2 Berücksichtigung der Wirkung der Bodenkonstruktion

Nach Abschnitt 2 wurden die Elemente der Bodenkonstruktion (Chassis, Bodentragwerk) als Übertragungsträger betrachtet, durch die der Grad der Unbestimmtheit nicht erhöht wird, deren Rolle sich auf die Kräfteinleitung beschränkt. Diese Annahme ist in der Annäherungsrechnung gestattet (kann ausnahmsweise auch in den genauen Berechnungen vorkommen) aber für die Bestimmung mit hinreichender Genauigkeit des Kräftespiels der Türrahmen

muß auch die entlastende Wirkung der Längsträger des Bodentragwerks berücksichtigt werden.

Aufgrund der Methode der statisch unbestimmten Hauptsysteme kann — mit wenig Mehrarbeit — auch diese Aufgabe gelöst werden. Nach Abb. 20 den ganzen Aufbau als statisch unbestimmtes Hauptsystem betrachtet, sollen die in den Längsträgern des Bodentragwerkes entstehenden Momentenabschnitte bestimmt werden. Beim dargestellten Hauptsystem erhält von äußerer Belastung nur der Aufbau eine Beanspruchung die in den vorigen Abschnitten

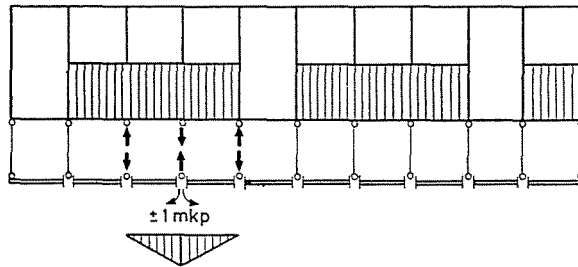


Abb. 20

bereits bestimmt wurde. Durch die in den fiktiven Durchschnitten des Bodentragwerk-Längsträgers wirkenden Einheitsbelastungspaare werden je zwei benachbarte Abschnitte des Längsträgers und natürlich der Aufbau belastet. Auf dem Aufbau wirkt natürlich ein Gleichgewichtskräfte-System worbei die Beanspruchung ebenfalls aufgrund der vorigen Abschnitte bestimmt werden kann.

Bei der Berechnung kann der Umstand benutzt werden, daß die Berechnungen in den Abschnitten 4 und 5 nicht mit der Tatsächlichen äußeren Belastung, sondern im Interesse der Verallgemeinerung mit Einheitsbelastungen durchgeführt wurden, woraus die Verteilung der tatsächlichen Beanspruchungen durch einfache Multiplikation und nachträgliche Summierung bestimmt werden kann. Auch die Beanspruchung des Aufbaues durch die Einheitsbelastungspaare in den Längsträgern des Bodenrahmens können daher, ohne ein besonderes Gleichungssystem zu lösen, ermittelt werden. Eine weitere Vereinfachung der Berechnung bringt der Umstand, daß sich die Wirkung des Gleichgewichtsbelastungspaars im Verhältnis zu Länge des Omnibusses nur auf einen kleinen Bereich erstreckt und in den weiter liegenden Teilen des Aufbaues verschwindet.

In Kenntnis der Beanspruchungen kann die Kompatibilitätsgleichung des zusammengesetzten Systems leicht aufgestellt werden. Bei der Berechnung der Einheits- und Belastungsfaktoren kann die eine Beanspruchung im Integralprodukt von dem statisch vollkommen bestimmten Hauptsystem



berücksichtigt werden ähnlich dem Gedankengang in Abschnitt 3. Das so erhaltene Gleichungssystem zeigt unter Anwendung des DE SAINT VENANT'schen Prinzips — eine Schmalbandstruktur. Die Anzahl der in einer Gleichung vorkommenden Unbekannten hängt in erster Linie von der Steifigkeit der Querträger des Bodentragwerkes ab. Im Falle von biegsamen Querträgern werden 5, im Falle von steifen Querträgern 3 Unbekannten je Gleichung vorkommen.

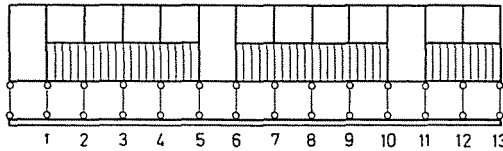


Abb. 21

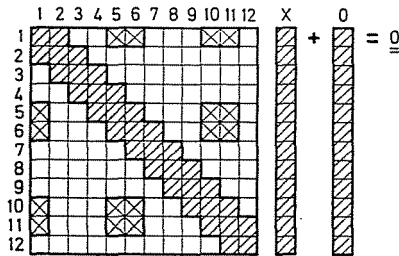


Abb. 22

Wegen der Unbestimmtheit des Aufbaues kann sich diese Zahl in geringem Maße erhöhen, aber nur in den für die Umgebung der Türöffnungen aufgeschriebenen Gleichungen. (Die Teile ohne Türen sind nämlich im Vergleich zum Chassis steif.) In Abb. 21 ist das Schema eines mit dem Chassis zusammengebauten Aufbaues dargestellt und Abb. 22 zeigt das Schema des Kompatibilitätsgleichungssystems der Verbindungsaufgabe, in der Annahme steifer Querträger. Im Schema bedeuten die Reihen die einzelnen Gleichungen, die Einheits- bzw. Belastungsfaktoren im schraffierten Feld sind von Null verschiedene Größen.

Die (mit X bezeichneten) von Null abweichenden Elemente außerhalb des schmalen Streifens neben der Hauptdiagonale können — da das DE SAINT VENANT'sche Prinzip zur Geltung kommt — mit guter Annäherung auch gleich Null betrachtet werden und so führt die Verbindungsaufgabe zu einem einfachen CLAPEYRON-Gleichungssystem.

Das dargestellte Berechnungssystem kann für beliebige Belastungen angewendet werden, also auch für Torsionsbelastung. Sein Hauptvorteil liegt gerade darin, daß die Modell für Biege- und Torsionsbelastung überein-

stimmen und so beide Grundaufgaben mit einer einzigen Vorbereitung gelöst werden können. Die Aufgabe gestaltet sich dadurch einigermaßen verwickelter, daß das Bodentragwerk (Chassisrahmen, Bodengerippe) auch über eigene Torsionssteifigkeit verfügt. In diesem Falle ist nämlich das Bodentragwerk auch an sich eine statisch unbestimmte Konstruktion, die einer besonderen Analyse bedarf. Da die Torsionssteifigkeit des Bodentragwerks im allgemeinen um eine Größenordnung, möglichenfalls um mehrere Größenordnung, die Torsionssteifigkeit des Aufbaues, unterschreitet wird die annähernde Untersuchung durch diese Aufgabe nicht verwickelter. Gegebenenfalls kann durch die genaue Untersuchung durchgeführt werden, aber wegen des großen Rechenaufwands ist der Einsatz einer Rechenanlage unentbehrlich.

### Zusammenfassung

Durch die geeignete Auswahl des statischen Modells für den Omnibus ferner unter konsequenter Anwendung der Methode der statisch unbestimmten Hauptsysteme kann die annähernde statische Bemessung des Tragwerks mit einfachen, nicht allzu umfangreichen Berechnungen durchgeführt werden. In den Berechnungen erfordert die Untersuchung der Fensterfelder den größten Arbeitsaufwand, dafür zeigt aber der Beitrag Endergebnisse in geschlossener Form. Der Konstrukteur muß lediglich die getrennte Untersuchung der Türrahmen durchführen.

Das Verfahren kann unter Berücksichtigung der elastischen Einspannung der Fensterpfosten und des Bodentragwerks (Chassis) weiterentwickelt werden. Für diese ergänzende Untersuchung genügt im allgemeinen die Lösung eines *Clapeyron*-Gleichungssystems.

### Literatur

1. ARGYRIS, J. H., KELSEY, S.: Energy Theoreme and Structural Analysis. Butterworths (London, ...) 1960.
2. GERBETH, H.: Matrizenkraftgrößenverfahren zur Berechnung hochgradig statisch unbestimmter Systeme. Ifl. Dresden, (1964)
3. SCHWYZER, H.: Statische Untersuchung der aus ebenen Tragflächen zusammengesetzten räumlichen Tragwerke. Zürich (1920)
4. PETUR, A.: Repülőgép szilárdságtan. (Festigkeitslehre des Flugzeugs) Tankönyvkiadó, Budapest, (1953)
5. BIECK, H.: Glasers Annalen 27, 175 (1927)
6. FABRY, C. W.: Glasers Annalen 76, 206 (1952)
7. MICHELBERGER, P.: Sztatikaiag határozatlan szerkezetek összekapcsolási feladatának általánosítása. (Verallgemeinerung der Verbindungsproblems statisch unbestimmter Tragwerken) Periodica Polytechnica (im Druck)
8. SUTTER, K.: Wirtschaft und Technik im Transport. 16, (1947)
9. MICHELBERGER, P.: Acta Technica Hung. 62, 141 (1968)
10. SAMU, B.: Járművek és Mezőgazdasági Gépek 7, 427 (1960)

Prof. Dr. Pál MICHELBERGER }  
 Béla SAMU } 1450 Budapest, Postfach 93, Ungarn