

WIRKUNG DER BERÜCKSICHTIGUNG DER DURCH QUER- UND NORMALKRÄFTE VERURSACHTEN FORMÄNDERUNGEN BEI DER BEMESSUNG VON EISENBAHNWAGENKÄSTEN

Von

V. BALOGH

Lehrstuhl für Schienenfahrzeuge, Technische Universität Budapest

(Eingegangen am 22. Oktober 1971)

Vorgelegt von Prof. Dr. K. HORVÁTH

1. Einleitung

Der technische Fortschritt bringt in den letzten Jahren seinen Einfluß auch im Eisenbahnverkehr in zunehmendem Maße zur Geltung. Das äußert sich teils in den erhöhten Geschwindigkeiten, die eine dringende Modernisierung des Fahrzeugbestands erfordern. Eine an neue Fahrzeugtypen gestellte, wichtige Forderung besteht in der Verminderung des Eigengewichts, die sich am besten durch Ausbildung von selbsttragenden Konstruktionen erfüllen läßt. Die Ermittlung der Beanspruchungen solcher selbsttragender Wagenkästen ist jedoch sehr verwickelt, daher wird meistens — um beim Konstruieren auf der sicheren Seite zu bleiben — übermäßig viel Material eingebaut. Um dies zu vermeiden, wurden zahlreiche Bemessungsverfahren erarbeitet, die den wirklichen Beanspruchungszustand mehr oder minder gut annähern. Als eine der genauesten Methoden erwies sich die aus dem Bauwesen übernommene Modellierung mit Hilfe des *Vierendeelträgers*. Die Beanspruchung der *Vierendeelträger* wird am zweckmäßigsten nach der Kraftmethode ermittelt. Wegen des Kompatibilitätsgleichungssystems mit einer großen Anzahl von Unbekannten bedient man sich ungern dieses Verfahrens, obwohl sich seit dem Vordringen der Rechenanlagen dieses Hindernis ohne besondere Schwierigkeiten überwinden läßt.

2. Verallgemeinerte Seitenwanduntersuchung nach dem Modell des Vierendeelträgers

Die räumliche Struktur der Eisenbahnfahrzeuge wird mit vereinfachenden Bedingungen [1] zur ebenen Konstruktion reduziert. Die ebenen Seitenwände können wegen der Tür- und Fensterstürze als aus Rahmen aufgebaute Bauteile (*Vierendeelträger*) betrachtet werden.

Die Beanspruchung der Rahmenkonstruktionen wird nach der Kraftmethode oder nach der Deformationsmethode ermittelt. Bei Konstruktionen aus mehreren Rahmen ist die Kraftmethode einfacher in der Anwendung,

daher wird in der Regel für die Bemessung der Wagenkasten diese herangezogen.

Der Rahmen mit parallelen Gurten und Säulen (Abb. 1) läßt sich durch sechs Verhältniszahlen kennzeichnen.

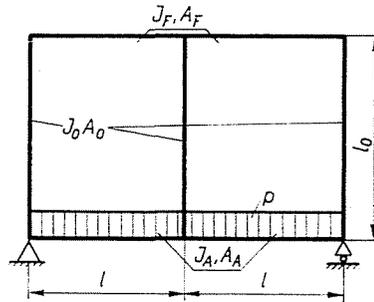


Abb. 1. Belastung eines Vierendeelträgers aus zwei Rahmen

Diese dimensionslosen Verhältniszahlen sind:

$$a = \frac{J_A}{J_F} = \frac{\text{Trägheitsmoment Untergurt}}{\text{Trägheitsmoment Obergurt}}$$

$$b = \frac{J_A}{J_0} \cdot \frac{l_0}{l} = \frac{\text{Trägheitsmoment Untergurt}}{\text{Trägheitsmoment Säule}} \cdot \frac{\text{Säulenlänge}}{\text{Gurtlänge}}$$

$$c = \frac{J_A}{l^2 A_A} = \frac{\text{Trägheitsmoment Untergurt}}{\text{Quadrat der Gurtlänge} \cdot \text{Querschnittsfläche Untergurt}}$$

$$d = \frac{A_A}{A_F} = \frac{\text{Querschnittsfläche Untergurt}}{\text{Querschnittsfläche Obergurt}}$$

$$e = \frac{A_A}{A_0} \cdot \frac{l_0}{l} = \frac{\text{Querschnittsfläche Untergurt} \cdot \text{Säulenlänge}}{\text{Säulenquerschnittsfläche} \cdot \text{Gurtlänge}}$$

$$f = \frac{l^2}{l_0^2} = \frac{\text{Quadrat der Gurtlänge}}{\text{Quadrat der Säulenlänge}}$$

Bei der Untersuchung der Wagenkästen zehn verschiedener, in Ungarn hergestellter Eisenbahnfahrzeugtypen ergeben sich folgende Wertbereiche für die Rahmenkenngrößen [2]:

$$\begin{aligned} a &= 1 \sim 100 \\ b &= 1 \sim 1000 \\ c &= 0,001 \sim 0,2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d &= 1 \sim 5 \\ e &= 1 \sim 30 \\ f &= 0,1 \sim 1,5 \end{aligned}$$

Bei der Bemessung der Wagenkästen werden meistens nur die Biegemomente aus äußerer Last bzw. bei den inneren Kräften die Biegeverformungen berücksichtigt. Dazu genügt es, die ersten zwei Verhältniszahlen (a und b) zu prüfen.

Nach der Größe dieser beiden Kennwerte lassen sich die verschiedenen Wagenkästen kennzeichnen.

1. Konstruktionen mit gleichen Gurt- und Säulentragheiten:

$$a = \frac{J_A}{J_F} = 1 \quad \text{und} \quad b = \frac{J_A}{J_0} \cdot \frac{l_0}{l} = 1.$$

2. Konstruktionen mit schwachen Säulen:

$$a = \frac{J_A}{J_F} = 1 \quad \text{und} \quad b = \frac{J_A}{J_0} \cdot \frac{l_0}{l} > 1.$$

3. Wagenkästen mit schwacher Dachkonstruktion:

$$a = \frac{J_A}{J_F} > 1 \quad \text{und} \quad b = \frac{J_A}{J_0} \cdot \frac{l_0}{l} = 1.$$

4. Konstruktionen mit starkem Untergestell, schwachem Wagendach und schwachen Säulen:

$$a = \frac{J_A}{J_F} > 1 \quad \text{und} \quad b = \frac{J_A}{J_0} \cdot \frac{l_0}{l} > 1.$$

Die Seitenwände der meisten Eisenbahnwagen dürfen als Hochstegbalken aufgefaßt werden, bei denen durch Quer- und Normalkräfte wesentliche zusätzliche Einflüsse verursacht werden.

Die Bemessung von Rahmen nach der Kraftmethode gestattet, auch die Wirkungen der Normal- und Querkkräfte zu berücksichtigen.

Bei Eisenbahnwagenkästen kann die Berücksichtigung der zusätzlichen Normal- und Querkraftwirkungen im Vergleich zu deren Vernachlässigung für einzelne Fahrzeugtypen Beanspruchungsunterschiede bis 80% zur Folge haben [3].

Im weiteren sollen an Konstruktionen mit verschiedenen Rahmenkennwerten die zusätzlichen Wirkungen der Normal- und Querkkräfte geprüft werden. Der Einfachheit halber wird hier der Kräfteverlauf in einer Konstruktion aus nur zwei Rahmen analysiert, in den Schlußfolgerungen sind jedoch bereits die Ergebnisse für Rahmenzahlen von $n = 2 \dots 7$ enthalten.

Der allgemein behandelte *Vierendeelträger* hat folgende Eigenschaften:

1. die Rahmen haben den gleichen Aufbau;
2. die statisch bestimmte Abstützung liegt bei den beiden Randstützen;
3. auf den Untergurten wirkt eine gleichmäßig verteilte Kraft p ;
4. die Rahmen haben den gleichen Elastizitätsmodul.

3. Ermittlung des inneren Kräfteverlaufs

(unter Berücksichtigung auch der Verformungen durch Normal- und Querkräfte, Abb. 1)

Die Beanspruchung des Grundsystems durch äußere Last ist in Abb. 2 dargestellt.

Abb. 3 zeigt die Belastungsdiagramme aus den Einheitslasten (für ein Suttersches Grundsystem [4]).

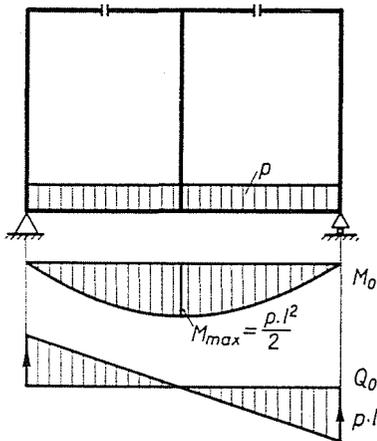


Abb. 2. Belastungsdiagramm des Grundsystems

Mit den Verformungen durch die Normal- und Querkräfte ergänzt man für die Formänderungszahlen die Werte:

$$a_{ii} = \int \frac{M_i^2}{JE} ds + \int \frac{N_i^2}{AE} ds + \beta \int \frac{Q_i^2}{AG} ds$$

$$a_{ik} = \int \frac{M_i M_k}{JE} ds + \int \frac{N_i N_k}{AE} ds + \beta \int \frac{Q_i Q_k}{AG} ds$$

$$a_{i0} = \int \frac{M_i M_0}{JE} ds + \int \frac{N_i N_0}{AE} ds + \beta \int \frac{Q_i Q_0}{AG} ds.$$

Der Faktor β in diesem Ausdruck ist der bei Schubbeanspruchung zu berücksichtigende Formfaktor. Seine Größe wird nach der Formel

$$\beta = \frac{A}{J^2} \int \left(\frac{S_y}{v} \right)^2 \cdot dA$$

berechnet. Er darf mit dem Durchschnittswert 2 angesetzt werden [5]. Für Metallkonstruktionen aus dem gleichen Werkstoff darf $E/G \sim 2,5$ angenom-

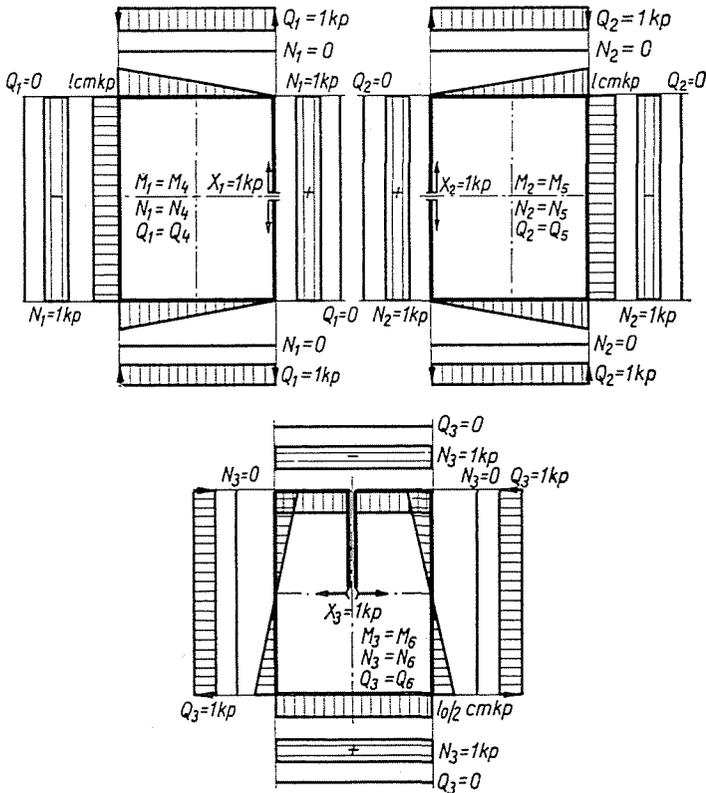


Abb. 3. Belastungsdiagramme aus der Einheitsbelastung

men werden. Die Verformungen auf Wirkung der Querkräfte lassen sich mit Hilfe einer Konstanten — $\beta \cdot E/G = 5$ — in die gleiche Form bringen wie die aus dem Biegemoment und der Normalkraft errechneten Formänderungen.

Um die durch Quer- und Normalkräfte verursachten Formänderungen zu berücksichtigen, sind alle sechs Rahmenkenngrößen heranzuziehen. Mit diesen können die für den inneren Kräfteverlauf in der Rahmenkonstruktion bestimmenden Formänderungsbeiwerte angeschrieben werden.

Die mit Hilfe der dimensionslosen Faktoren ermittelten Formänderungsbeiwerte sind wie folgt:

$$a_{11} = \frac{l^3}{12 J_A E} (4 + 4a + 12b + 60c + 60cd + 24ce) = a_{22}$$

$$a_{12} = \frac{l^3}{12 J_A E} (2 + 2a - 60cd - 60c - 24ce) = a_{21}$$

$$a_{13} = \frac{l^2 \cdot l_0}{12 J_A E} (3 - 3a) = a_{31} = a_{23} = a_{32}$$

$$a_{33} = \frac{l \cdot l_0^2}{12 J_A E} (3 + 3a + 2b + 12cf + 12cdf + 120cef)$$

$$a_{14} = \frac{l}{12 J_A E} l_0^2 \cdot 12ce = a_{41}$$

$$a_{24} = \frac{l}{12 J_A E} l^2 (12ce - 12b) = a_{42}$$

$$a_{34} = 0 = a_{43}$$

$$a_{15} = \frac{l}{12 J_A E} l^2 12ce = a_{51}$$

$$a_{25} = \frac{l}{12 J_A E} l^2 12ce = a_{52}$$

$$a_{35} = 0 = a_{53}$$

$$a_{16} = 0 = a_{61}$$

$$a_{26} = 0 = a_{62}$$

$$a_{36} = -\frac{l}{12 J_A E} l_0^2 (b + 60cef) = a_{63}$$

$$a_{10} = \frac{l}{J_A E} \cdot \frac{P \cdot l^3}{12} (1,5 - 30c)$$

$$a_{20} = \frac{l}{J_A E} \cdot \frac{P \cdot l^3}{12} (2,5 + 30c)$$

$$a_{30} = \frac{P \cdot l^3 \cdot l_0}{12 J_A E} \cdot 2$$

Die Kompatibilitätsgleichung

Die Abmessungen der Rahmenelemente können in den Koeffizienten des Gleichungssystems weggelassen werden [2]; mit dieser Vereinfachung werden die Koeffizienten lediglich die dimensionslosen Verhältniszahlen enthalten.

Nach der Einführung neuer Bezeichnungen lassen sich die Koeffizienten bzw. die Kompatibilitätsgleichung in einfacherer Form anschreiben:

$$A = 4 + 4a + 12b + 12c(5 + 5d + 2e)$$

$$B = 3 + 3a + 2b + 12cf(1 + d + 10e)$$

$$C = 2 + 2a - 12c(5 + 5d + 2e)$$

$$D = 3(1 - a)$$

$$E = -12ce$$

$$F = 12(ce - b)$$

$$G = -b - 60cef$$

Die Kompatibilitätsgleichung des Vierendeelträgers aus zwei Rahmen lautet:

$$\begin{bmatrix} A-E & C+E & D \\ C+E & A+F & D \\ D & D & B+G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} 1,5 - 30c \\ 2,5 + 30c \\ 2 \end{bmatrix} = 0$$

Um die Berechnungen zu vereinfachen, ist es zweckmäßig, statt der Faktoren d und f mit geringer Streuung die Mittelwerte ($d = 3$ und $f = 1$) zu substituieren. Die größte Abweichung zeigt sich bei c , daher empfiehlt es sich, den Momentenverlauf bei konstanten Werten von a , b und einer Abhängigkeit von c zu untersuchen.

Die Abweichungen infolge der Berücksichtigung der Quer- und Normalkräfte erreichen am Ort des maximalen Moments ihren Höchstwert [3]; im vorliegenden Falle liegt dieser bei der Symmetrieachse, daher ist es angebracht, die Konstruktion hier zu prüfen.

Die unter Berücksichtigung bzw. Vernachlässigung der durch Quer- und Normalkräfte herbeigeführten Formänderungen ermittelten Momentenwerte weichen wesentlich voneinander ab. Die Abweichungen zeigen sich am anschaulichsten im relativen Fehler. Diese Größe ist die Differenz der mit $c = 0$ und mit einem beliebigen Wert von c berechneten Momente im Verhältnis zu dem zu $c = 0$ gehörenden Moment.

Abb. 4 zeigt die prozentualen Abweichungen für zwei Rahmen in Abhängigkeit von c bei verschiedenen Konstanten a , b und e . Der relative Fehler ist auch von der Rahmenzahl abhängig. In Abb. 5 ist diese Beziehung dargestellt.

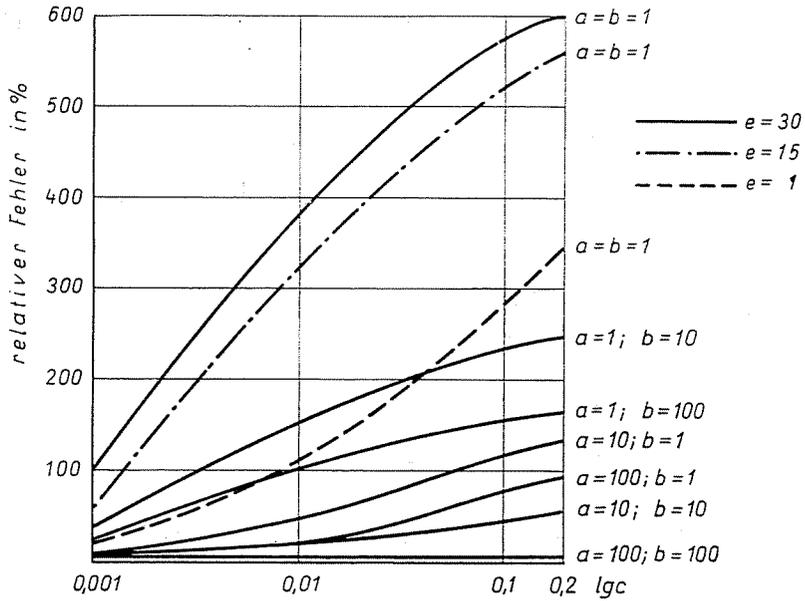


Abb. 4. Prozentualwerte des relativen Fehlers bei Rahmenkonstruktionen aus zwei Rahmen, bei verschiedenen Rahmenkennwerten

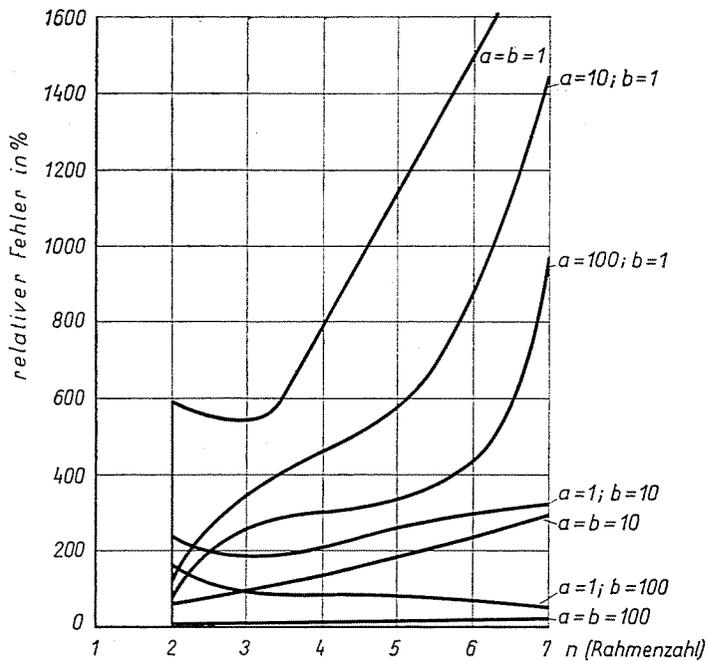


Abb. 5. Die Prozentualwerte des relativen Fehlers in Abhängigkeit von der Rahmenzahl

4. Schlußfolgerungen aus den Berechnungen

1. Die Vernachlässigung der zusätzlichen Wirkungen der Quer- und Normalkräfte ist bei Wagenkästen mit den Rahmenkennwerten $a = b = 1$, mit gleichen Gurten und Stützen von der höchsten Bedeutung (bei $c = 0,2$ und $e = 30$ beträgt die Abweichung 1845%).
2. Bei weniger steifen Obergurten, d. h. bei Fahrzeugen mit schwacher Dachkonstruktion ist der relative Fehler kleiner.
3. Durch Verminderung der Stützensteifigkeit wird der relative Fehler geringer.
4. Bei Fahrzeugkästen mit schwachen Stützen und schwacher Dachkonstruktion ist der relative Fehler unbedeutend ($a = b \geq 100$).
5. Mit dem Faktor $c = J/l^2 A_A$ nimmt auch der relative Fehler zu.
6. Auch eine Erhöhung des Faktors $e = A_A/A_0 \cdot l_0/l$ wirkt erhöhend auf den relativen Fehler.

Zusammenfassung

Durch die meisten Wagenkastenbemessungsverfahren werden bei der Bestimmung der Beanspruchungen nur die Biegemomente berücksichtigt. Bei Hochstegträgern, wie im allgemeinen die Seitenwände von Eisenbahnwagen, ergeben sich auch aus Quer- und Normalkräften wesentliche zusätzliche Wirkungen. Die Vernachlässigung derselben führt in manchen Fällen zu falschen Berechnungsergebnissen und kann beim Entwerfen von Fahrzeugen Schwierigkeiten verursachen.

Literatur

1. ERDŐS, A.: Einige Formeln zur Festigkeitsberechnung von Wagenkästen. Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens 21, 112—120 (1943).
2. BALOGH, V.: Untersuchung von Eisenbahnwagenkästen aufgrund der Vierendeelträger. Doktorarbeit.* Budapest (1969).
3. POHLMANN, G.—BRUCHMANN, I.: Zur Frage des Einflusses der Biege-Dehn- und Schubfestigkeit auf die Ergebnisse der statischen Berechnung von Schienenfahrzeugen. Leichtbau der Verkehrsfahrzeuge 11, 213—216 (1967).
4. SUTTER, K.: Zur Berechnung selbsttragender Eisenbahnkästen. Wirtschaft und Technik im Transport 23, 70—73 (1947).
5. PETUR, A.: Flugzeugfestigkeitslehre.* Tankönyvkiadó, Budapest (1953).

* In ungarischer Sprache

Dr. Vilmos BALOGH, 1502 Budapest, Postfach 91, Ungarn